Detecção de Bordas com Filtro de Difusão Linear Complexa

José Iguelmar Miranda¹

¹Rua Dr. Antonio Augusto de Almeida, 1185 13083-755 - Campinas - SP, Brasil jose.ig.miranda@gmail.com

Abstract. This paper describes how to use the complex linear diffusion filter for edges detection. A practical Java implementation is also available. Traditional edge detection algorithms, while good for denoising an image, lack in preserving its edges, due to the smoothing process. Edge detection algorithms, based on partial differential equations, or diffusion models, are superior alternatives to solve this kind of problem.

Keywords: noise removal, edge detection, complex linear diffusion, image processing, Java.

1. Introdução

O objetivo deste artigo é apresentar o filtro de difusão linear complexa para detecção de bordas, conforme Gilboa et al. (2004). Embora pouco conhecido, é usado com sucesso no problema de detecção de bordas. Foi usado no processo para a contagem de pés das frutas laranja e caju (Miranda e Camargo Neto, 2006; Miranda et al, 2009; Camargo Neto e Miranda, 2009). A programação Java do filtro se encontra disponível. Acesso em <http://repositorio.agrolivre.gov.br/>, opção "Processamento de Imagens."

A detecção de bordas é comum na análise de imagens digitais, com grande variedade de algoritmos. O interesse acontece porque as bordas definem o contorno dos objetos encontrados na imagem. Elas são regiões de transição na imagem digital, definindo fronteiras entre objeto e fundo, e entre contornos de objetos que se sobrepõem ou se tocam. Detectadas precisamente as bordas, os objetos podem ser localizados e suas propriedades, como área, perímetro e forma, medidas.

A detecção de bordas é parte do processo de *segmentação* - a identificação de regiões dentro de uma imagem. Existem, no processamento de imagens, duas técnicas para bordas: *detecção de bordas* e *realce de bordas*. Tecnicamente, a *detecção de bordas* visa localizar pixels da borda enquanto o *realce de bordas* incrementa o contraste entre bordas e fundo, tornando as bordas mais visíveis (Parker, 1997). Na prática, os termos são usados com a mesma finalidade.

2. Considerações sobre Bordas

Existem algumas definições possíveis para bordas, aplicadas em diferentes circunstâncias. A mais comum e genérica é *borda de passo ideal* (Fig. 1a). Neste exemplo de uma dimensão, a borda representa a mudança de nível de cinza em local específico. Quanto maior a diferença de níveis de cinza na transição, mais fácil se detecta a borda. No mundo real, ocorrem complicações. Por exemplo, na digitalização, a amostragem da cena nem sempre faz uma correspondência exata entre as bordas dos objetos reais e os pixels que lhes vão representar. O mais comum é ocorrer o processo mostrado na Fig. 1b.



Figura 1b. Exemplo de borda ideal.

Uma segunda complicação é com o problema ubíquo do *ruído*. Devido a muitos fatores, como intensidade de luz, tipo de câmera e lentes, movimento, temperatura, efeitos atmosféricos, entre outros, é improvável dois pixels corresponderem precisamente ao mesmo nível de cinza na cena e na imagem digital. Ruídos são do tipo aleatório e sistemático. Os aleatórios são caracterizados por uma distribuição estatística. Os sistemáticos são mais fáceis de detectar e eliminar. Os resultados de ruídos na imagem são uma variação aleatória nos valores dos níveis de cinza entre os pixels e a eliminação da borda ideal (Fig. 1).

Portanto, não se ignora a presença do ruído aleatório nas imagens. O problema esta em identificá-lo e medi-lo precisamente, pois não se pode diferenciar a sua contribuição nos valores de níveis de cinza dos pixels da imagem. Felizmente, algumas vezes, o ruído aleatório pode ser caracterizado pelo seu efeito na imagem, expresso na distribuição de probabilidade tendo média e desvio padrão específico (Parker, 1997). Assim, antes de se

trabalhar com uma imagem, é necessário a filtragem desse ruído, pelo processo de detecção de bordas.

Como uma borda é definida como uma mudança de nível de cinza, um operador sensível a essa mudança tem a tarefa de detectar bordas. Geralmente, os operadores de borda são classificados em três grupos: (a) com base em derivadas parciais, aproximadas por *diferenças* para o caso discreto das imagens digitais, cuja função é identificar lugares onde existem grandes mudanças de intensidade; (b) com base em modelos de borda com um filtro de pequenas dimensões mostrando propriedades abstratas de uma borda ideal; e (c) com base em modelos matemáticos, usando equações diferencias parciais, ou modelos de difusão, que procuram, dependendo do método adotado, por máximos ou mínimos da função. Esse último é o tipo de filtro da presente abordagem.

3. O Filtro de Difusão Complexa

Gilboa et al. (2004) desenvolveram o filtro de difusão linear complexa considerando que em várias áreas da Física e da Engenharia podia-se estender a análise do domínio real para o domínio complexo, mesmo que os valores envolvidos fossem todos do domínio real. Exemplos, as transformadas de Fourier e de *wavelets* no processamento de imagens digitais, transformadas essas com valores complexos. As *wavelets* não são necessariamente transformadas complexas. Os autores trabalharam com números complexos e generalizaram a idéia de modelar filtros com equações diferenciais parciais, usadas para construir modelos de difusão.

Esses modelos de difusão são conhecidos na matemática como *problemas com valores de contorno*, representados por uma equação diferencial parcial ou ordinária, dada com *condições de contorno*, para assegurar uma solução única. As condições de contorno especificam os valores da função ou suas derivadas nos contornos (bordas) da região na qual a equação é definida. Os modelos de difusão ou são linear, ou isotrópico, ou não linear, ou anisotrópico. O presente trabalho apresenta o modelo linear, conforme Gilboa et al. (2004). Portanto, toda referência ao modelo de difusão, será considerado o linear. Para um exemplo de uso do modelo não linear, ou anisotrópico, consultar Miranda e Camargo Neto (2007).

Existe um tipo de transformação no processamento de imagens chamado espaçoescala, consistindo na extração de informação espacial de uma imagem considerando um conjunto de escalas, indo de pequenos detalhes em áreas específicas a grandes atributos que se estendem sobre a imagem. Ela funciona como filtros replicados em diferentes escalas da imagem (Schowengerdt, 1997). Os autores generalizaram essa transformação para o domínio complexo, combinando a equação diferencial parcial de difusão com o modelo livre da equação de Schrödinger.

O ponto fundamental do estudo dos autores, suportado tanto teórica como numericamente, é que a parte imaginária serve como um detector de bordas, equivalendo à segunda derivada na escala temporal, cujo efeito é suavizar a imagem, quando o coeficiente de difusão complexa, *c* no presente trabalho, se aproxima do eixo real (Fig. 2).



Figura 2. Forma exponencial e retangular de um número complexo.

A equação diferencial parcial canônica do espaço-escala linear que satisfaz a ambos métodos (máximo ou mínimo da função, conforme dito na Introdução) tem a seguinte forma:

$$I_t = c\Delta I, \qquad t > 0, x \in \Re$$

$$I(x; 0) = I_0, \qquad I_0 \in \Re; c, I \in \mathbb{C} \text{ (complexos).}$$

Onde I_t é a imagem "perfeita" descrevendo a cena real; I_0 é a imagem observada, ou inicial, apresentando uma degradação, devido ao ruído; c é o coeficiente de difusão complexo e Δ é o Laplaciano da função. Como a equação apresentada é uma diferencial parcial, a expressão $I_t = c\Delta I$ indica a condição de contorno e $I(x; 0) = I_0$ indica a condição inicial. O coeficiente de difusão complexa é escrito como $c \doteq re^{i\theta}$, sendo que c, no presente caso, se restringe a um valor positivo real ($\theta = 0$) (Fig. 2).

A abordagem espaço-escala é uma técnica de múltipla resolução estabelecida para a análise da estrutura de imagens. A informação distribuída sobre todas as escalas é gerada como a solução I(x, y; t) da equação linear do calor. Dessa maneira, pontos críticos e bordas são retirados de todas as escalas permitindo uma análise da cena como um todo. Um problema com essa abordagem: os atributos estruturais, como as bordas, são suavizados e borrados ao longo do fluxo, à medida que a imagem processada evolui no tempo. Como conseqüência, a trajetória dos cruzamentos-zero da segunda derivada, que indicam a localização de bordas, variam de escala para escala.

Para contornar esse problema, Perona e Malik (1990), propuseram um processo de difusão não linear, ou anisotrópico, onde a difusão acontece de acordo com uma variável adaptada, o coeficiente de difusão, para reduzir o efeito de suavização próximo das bordas. Gilboa et al. (2004) propuseram mais uma generalização para o espaço-escala linear e não linear, que passaram a ser casos especiais de uma teoria mais geral de processos de difusão complexo. Esses processos são encontrados na Física Quântica,

Eletromagnetismo e Ótica. Gilboa et al. (2004) usaram como modelo a equação de Schrödinger¹, dependente do tempo.

A equação de Schrödinger descreve o comportamento mecânico quântico. Também chamada de equação de onda de Schrödinger, é uma equação diferencial parcial que descreve como a função de onda de um sistema físico evolve ao longo do tempo. No caso mais simples de uma partícula sem *spin* (rotação), sujeita a um campo externo, ela tem a forma:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t)$$
(1)

onde $\Psi = \Psi(x, t)$ é a função de onda de uma partícula quântica dependente do tempo *t*, *m* é sua massa, \hbar é a constante de Planck, V(x) é o potencial do campo externo e $i = \sqrt{-1}$. Maiores detalhes sobre o uso dessa equação são encontrados em Gilboa et al. (2004).

O lado direito de (1) é chamado de *operador de Schrödinger* e é interpretado como um operador de energia das partículas em consideração. O primeiro termo é a energia cinética e o segundo é a energia potencial. Uma conclusão dos autores é que uma solução básica da equação (1) é um plano de ondas, cujo comportamento é encontrado no fluxo complexo. No estudo, os autores usaram a equação com energia potencial zero (sem campo externo) mas com "energia cinética" complexa e não linear.

Para usar o operador de difusão complexa, os autores consideraram a seguinte equação diferencial parcial com os seguintes valores inicial e de contorno do problema:

$$I_t = cI_{xx}, \quad t > 0, x \in \Re, c \in \mathbb{C} \text{ (condição de contorno)}$$
(2)
$$I(x; 0) = I_0, \qquad I_0 \in \Re, I \in \mathbb{C}. \text{ (condição inicial)}$$

Essa equação unifica a equação de difusão linear para $c \in \Re$ e a equação livre de Schrödinger, isto é, $c \in C$ e V(x) = 0. A solução fundamental complexa h(x; t) deve satisfazer a relação:

$$I(x; t) = I_0 * h(x; t)$$
(3)

Onde * representa convolução. A equação (3) significa que a imagem "perfeita" (I) pode ser obtida através de uma série de convoluções no tempo (t) a partir da imagem inicial (I_0). A série de convoluções teria o objetivo de eliminar o problema dos ruídos. A equação (3) é a fórmula genérica para se filtrar uma imagem, sendo a detecção de bordas um desses objetivos. Existem várias maneiras de h ser definida. A contribuição dos autores foi apresentar uma solução fundamental complexa para h(x; t) dada por:

$$h(x;t) = Kg_{\alpha}(x;t)e^{i\alpha(x;t)}$$
(4)

Sendo:

¹ Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger, matemático austríaco, publicou seu trabalho revolucionário sobre a mecânica das ondas numa série de seis artigos em 1926. A mecânica das ondas foi a segunda formulação da teoria quântica, sendo a primeira a mecânica de matrizes de Heisenberg. Por suas contribuições à mecânica quântica, recebeu o prêmio Nobel em 1933.

$$g_{\sigma}(x;t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(t)}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2(t)}}, \quad K = \frac{1}{\sqrt{\cos\theta}}, \quad \alpha(x;t) = \frac{x^2 \sin\theta}{4tr} - \frac{\theta}{2}, \quad \sigma(t) = \sqrt{\frac{2tr}{\cos\theta}}$$

Quando $\theta \rightarrow 0$, a parte imaginária pode ser considerada como a segunda derivada, com efeito de suavização da imagem inicial, fatorada por θ e o tempo *t*. A equação (4), com uma dimensão, pode ser generalizada para \Re^n .

A aplicação dessa solução está relacionada ao detalhamento do comportamento de pequenos valores de θ (o ângulo do espaço de coordenadas polares), obtido pela separação entre as partes real e imaginária do sinal (ou da imagem), $I = I_R + iI_I$, e do coeficiente de difusão, $c = c_R + ic_I$, em um conjunto de duas equações:

$$I_{Rt} = c_R I_{R_{xx}} - c_I I_{I_{xx}}, \quad I_R |_{t=0} = I_0$$

$$I_{It} = c_I I_{R_{yy}} + c_R I_{I_{yy}}, \quad I_I |_{t=0} = 0$$
(5)

Onde $c_R = \cos\theta$, $c_I = \sin\theta$ (Fig. 2).

Os autores sugerem o valor de $\theta = \pi/1000$ na programação do filtro.

4. Resultados



Figura 3. Imagem original do talhão com laranjas.

Por serem imagens grandes, mostram-se três figuras: original e cinco iterações (real e imaginária). Imagem original, um talhão com pés de laranja (Figura 3). Parte real após cinco iterações (Figura 4). Percebe-se o borramento dos objetos da imagem à medida que o número de iterações cresce, pela contínua suavização pelo algoritmo. O efeito é dificultar a identificação das bordas, como ressaltado na Introdução. Parte imaginária após cinco iterações (Figura 5). Ao contrário da parte real, constantemente suavizada, a ação do filtro na parte imaginária mantém as características da imagem original, enquanto realça as bordas dos objetos, conforme proposto pelo filtro.



Figura 4. Imagem da parte real, filtrada após cinco iterações.



Figura 5. Imagem da parte imaginária, filtrada após cinco iterações.

No processo de contagem dos pés de frutas, a imagem original é pré-processada para produzir a imagem complexa, a qual é usada no procedimento de intensificação difusa (morfologia) com o objetivo de identificar as linhas de plantio.

5. Conclusão

O filtro linear de difusão complexa cumpriu com seu objetivo de preservar os objetos e suas bordas. Enquanto a parte imaginária do filtro se mostrou eficiente nessa tarefa, o mesmo não aconteceu com a parte real, sendo descartada. Em duas aplicações práticas de contagem de pés de frutas, sua eficiência foi comprovada, recomendando-se, portanto, seu uso.

Referências

Camargo Neto, J.; Miranda, J. I. A genetic algorithm for citrus tree counting and canopy diameter estimation. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto (SBSR), 14., 2009, Natal. Anais... São José dos Campos: INPE, 2009. Artigos, p. 6797-6804. CD-ROM, On-line. ISBN 978-85-17-00044-7. Disponível em: http://marte.dpi.inpe.br/col/dpi.inpe.br/sbsr@80/2009/03.02.18.19/doc/capa.htm. Acesso em: 22 out. 2010.

Gilboa, G.; Soche, N.; Zeevi, Y. Y. Image enhancement and denoising by complex diffusion processes. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**. v. 6, n. 8, p.1020-1036, 2004.

Miranda, J. I.; Camargo Neto, J. **Filtro de difusão linear complexa para detecção de bordas: implementação Java**. Campinas: Embrapa Informática Agropecuária, 2006. Páginas: 5 (Embrapa Informática Agropecuária. Comunicado Técnico, 75). Disponível em: <http://www.cnptia.embrapa.br/files/ct75.pdf>. Acesso em: 22 out. 2010.

Miranda, J. I.; Camargo Neto, J. Detecção de bordas com o modelo de difusão anisotrópica. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto (SBSR), 13., 2007, Florianópolis. **Anais**... São José dos Campos: INPE, 2007. Artigos, p. 5957-5964. CD-ROM, On-line. ISBN 978-85-17-00031-7. Disponível em: <hr/><hr/><http://marte.dpi.inpe.br/col/dpi.inpe.br/sbsr@80/2007/01.31.19.10/doc/capa.htm>. Acesso em: 22 out. 2010.</hr>

Miranda, J. I.; Camargo Neto, J.; Oliveira, V. H.; Assad, E. D. GeoCaju – um software para contagem não supervisionada de pés de caju. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto (SBSR), 14., 2009, Natal. **Anais**... São José dos Campos: INPE, 2009. Artigos, p. 6967-6973. CD-ROM, On-line. ISBN 978-85-17-00044-7. Disponível em: <http://marte.dpi.inpe.br/col/dpi.inpe.br/sbsr@80/2009/03.02.18.19/doc/capa.htm>. Acesso em: 22 out. 2010.

Parker, J.R. Algorithms for image processing and computer vision. New York, NY: John Wiley & Sons, 1997. 417 p.

Perona, P.; Malik, J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. **IEEE Transactions on Patterns Analysis and Machine Intelligence**, v. 12, n. 7, p. 629-639, 1990.

Schowengerdt, R. A. Remote sensing, models and methods for image processing. San Diego, CA: Academic Press, 1997. 522p.