

Aplicação do interpolador krigagem em modelos digitais de terrenos, comparando-se os casos de isotropia e anisotropia

Adilson Berveglieri¹
Messias Meneguette Junior²
Marco Antônio Piteri³

^{1,2,3} Universidade Estadual Paulista - UNESP/FCT
Caixa Postal 467 - 19060-900 – Presidente Prudente - SP, Brasil
¹aberveg@yahoo.com.br, ^{2,3}{messias, piteri}@fct.unesp.br

Abstract. Many applications depend on a Digital Terrain Model (DTM) which consists of a mathematical representation of the terrestrial surface. The Geostatistic also deals with models representing natural phenomena that are distributed spatially. In order to generate computational models that can express spatial characteristics according to natural laws of distribution, geostatistical techniques based on kriging were used on DTMs whose construction requires data interpolation and demands special attention, being essential for determining estimates, once the outcome depends on it. The method is supported on experimental semivariograms analyses. They measure the degree of spatial dependence of a variable and define parameters to calculate approximated values in non-sampled places. Thus, this paper proposes to detect the spatial continuity of altimetry data in the form of isolines and also to apply kriging geostatistical interpolation on these data to verify if the anisotropic property (distribution of elements in space is more intense in certain direction) has a greater contribution relative to isotropic property (spatial distribution is equal in all directions) producing more accurate estimates. So, the technique was applied on three test areas and consequently it was detected anisotropic spatial continuity which can be modeled by semivariograms allowing the production of kriged estimates. Finally, the results are presented generating DTMs.

Palavras-chave: ordinary kriging, geostatistical analysis, spatial dependence, krigagem ordinária, análise geoestatística, dependência espacial.

1. Introdução

A Geoestatística, de modo geral, desenvolve e aplica modelos em representações de fenômenos naturais cujas propriedades variam conforme a posição espacial dos pontos observados.

O termo variável regionalizada, inicialmente definido por Matheron (1971), trata dos aspectos aleatório e estruturado dos fenômenos naturais. Aleatório, quando os valores medidos variam consideravelmente entre si, e, estruturado, quando segue alguma lei espacial. Em outras palavras, um valor elevado possivelmente terá próximo a si outro valor elevado ao invés de um valor baixo, o que indica correlação entre eles, não devendo ser estudados de maneira independente. A definição de uma variável regionalizada é de modo descritivo, sem interpretações probabilísticas e representa o caráter estruturado dos fenômenos espaciais (ANDRIOTTI, 2003).

A krigagem compreende um conjunto de técnicas geoestatísticas de ajuste usadas para aproximar dados pelo princípio que: fixado um ponto no espaço, os pontos no seu entorno são mais relevantes do que os mais afastados. Isto pressupõe a existência de dependência entre os dados, exigindo saber até onde espacialmente esta correlação importa (ISAACS e SRIVASTAVA, 1989). A técnica consiste em estimar valores médios e também uma medida de acuracidade dessa estimativa. Seus pesos são calculados com base na distância entre a amostra e o ponto estimado; na continuidade espacial e no arranjo geométrico do conjunto. (BETTINI, 2007).

Um ponto fundamental na determinação dos pesos é a modelagem da continuidade espacial, obtida via variograma, o qual dá suporte às técnicas de geoestatística, representando quantitativamente a variação do fenômeno espacial regionalizado ao mesmo tempo com sua estrutura. Segundo Landim (2004), na prática, aplica-se o semivariograma.

Sabendo-se que $Z(x)$ denota a posição dos elementos e considerando $N(h)$ pares de observações separados pela distância h (ou módulo de h), na Figura 1(a), tem-se o semivariograma estimado $\gamma(h)$, dado pela Equação (1), segundo Camargo et al. (2004) e Isaaks e Srivastava (1989):

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (1)$$

O semivariograma, como na Figura 1(b), é composto por: alcance (a), que indica a partir de onde as amostras tornam-se independentes; efeito pepita (C_0), valor da função na origem, representando a descontinuidade; patamar (C), valor no qual ocorre a estabilidade no campo aleatório e contribuição (C_1), diferenças espaciais entre os valores de uma variável analisada em dois pontos com distâncias sucessivamente maiores.

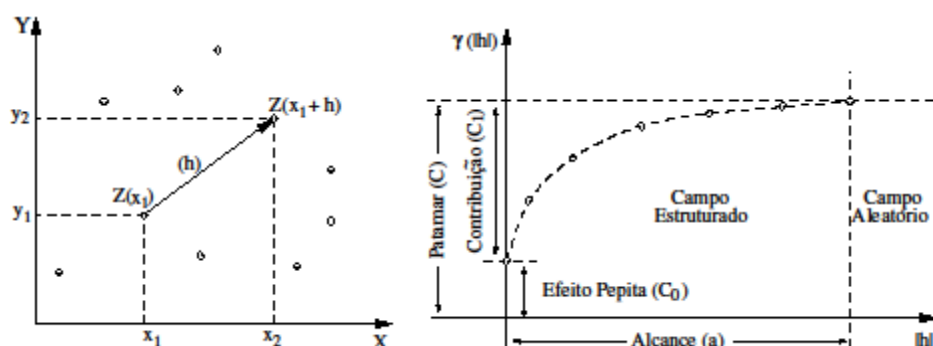


Figura 1 – Gráfico de distribuição espacial e componentes do semivariograma.

Fonte: Camargo et al. (2004).

Dentre várias técnicas de krigagem, a do tipo ordinária concebe uma forma de estimação linear para uma variável regionalizada que atende à hipótese intrínseca, ou seja, não requer o conhecimento prévio da média e assume-se a hipótese de estacionaridade local (LANDIM, 2003). A Equação (2) fornece o estimador krigagem ordinária em que $Z(x_i)$ são os dados experimentais; λ_i , os ponderadores e n , o número total de dados.

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (2)$$

Normalmente os elementos estudados pelas geociências são casos de anisotropia, o que no contexto da Geoestatística significa haver direções privilegiadas que condicionam a gênese do fenômeno. Sua constatação é percebida nos semivariogramas quando o alcance ou o patamar, ou ambos, variam conforme a direção. Por outro lado, se os semivariogramas tiverem o mesmo comportamento para qualquer direção, diz-se tratar de um caso de isotropia.

Um semivariograma é obtido de modo experimental, sendo calculado pela Equação (1). O ajuste é feito interativamente, manipulando-se os parâmetros até que um modelo de função seja adequado. Estes modelos teóricos, ditos transitivos, uma vez que atingem o patamar, podem ser: esférico, exponencial e gaussiano (ISAASKS e SRIVASTAVA, 1989). Além disso, os modelos também podem ser combinados para representar as variações espaciais.

Diversas aplicações que dependem de características topográficas de uma região usam Modelos Digitais de Terrenos (MDT), os quais são uma representação computacional de uma parte da superfície contínua formada por um conjunto de pontos selecionados e definidos pelas coordenadas (x, y, z) (EL-SHEIMY et al., 2005).

Logo, o propósito deste trabalho é avaliar o interpolador geoestatístico krigagem ordinária na geração de MDTs, verificando a ocorrência de dependência espacial e se a propriedade anisotrópica tem maior contribuição nas estimativas em relação à isotropia. Assim, a técnica é aplicada em dados de altimetria no município de Presidente Prudente/SP, dispostos na forma de curvas de nível.

2. Metodologia de Trabalho

Os dados topográficos tomados como referência para modelagem de terrenos correspondem a áreas do perímetro urbano de Presidente Prudente, zona leste, que compõem uma base digital planialtimétrica georreferenciada na escala 1:25000.

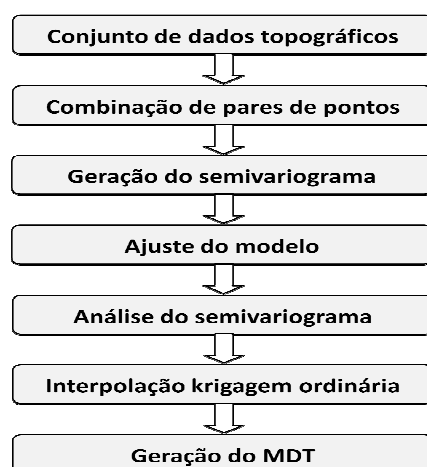


Figura 2: Procedimentos para aplicação da krigagem ordinária.

O método de interpolação krigagem, desenvolvido aqui, segue o uso do software “Variowin” (Prevar2D, Vario2D e Model), como descrito por Pannatier (1996) e do “GS+”, aplicados a partir dos dados topográficos e conforme os procedimentos esquematizados pela Figura 2.

Desse modo, tais dados são combinados aos pares, em todas as possibilidades, para, em seguida, gerar o semivariograma. Como o semivariograma não é algo automático, seu ajuste é feito manualmente de modo a adequá-lo a algum modelo teórico. Depois o resultado é analisado a fim de identificar a continuidade espacial, caso de isotropia ou anisotropia. Posteriormente, calculam-se os valores apoiados nos parâmetros de dependência espacial definidos. E, por último, gera-se o MDT com base nas estimativas krigadas, de acordo com uma implementação desenvolvida em C++ Builder.

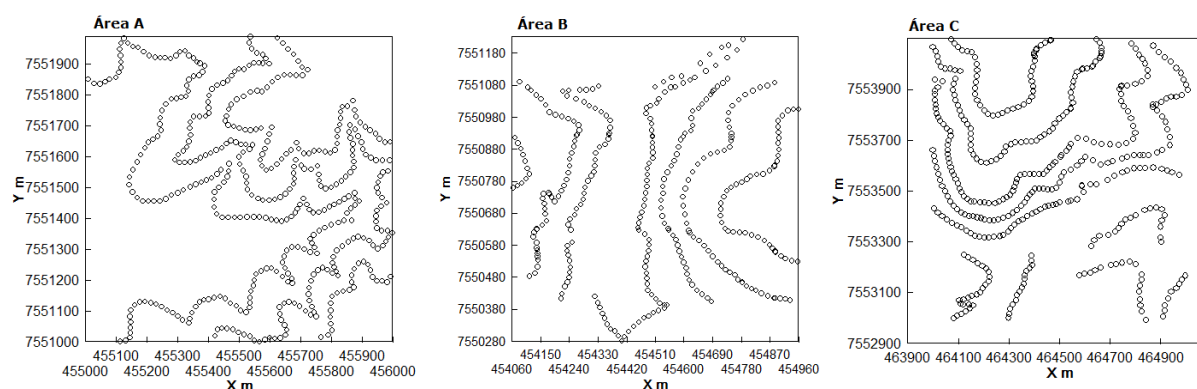


Figura 3: Curvas de nível das Áreas A, B e C, sendo compostas, respectivamente, por 445, 330 e 417 pontos.

Dessa maneira, objetivando gerar a interpolação krigagem para o MDT, esses procedimentos são aplicados em três áreas distintas, denominadas Área A, Área B e Área C, compostas, nessa ordem, por 445, 330 e 417 pontos arranjados em curvas de nível, como na Figura 3.

Usando-se o programa “Prevar2D”, as combinações feitas dos pares de pontos para as Áreas A, B e C resultaram, respectivamente, em 98.790, 54.285 e 86.736.

Em seguida, constroem-se os semivariogramas para verificar a ocorrência de isotropia ou anisotropia. Por esta razão, são gerados os semivariogramas omnidirecional e com as quatro direções convencionais (0° , 45° , 90° e 135°).

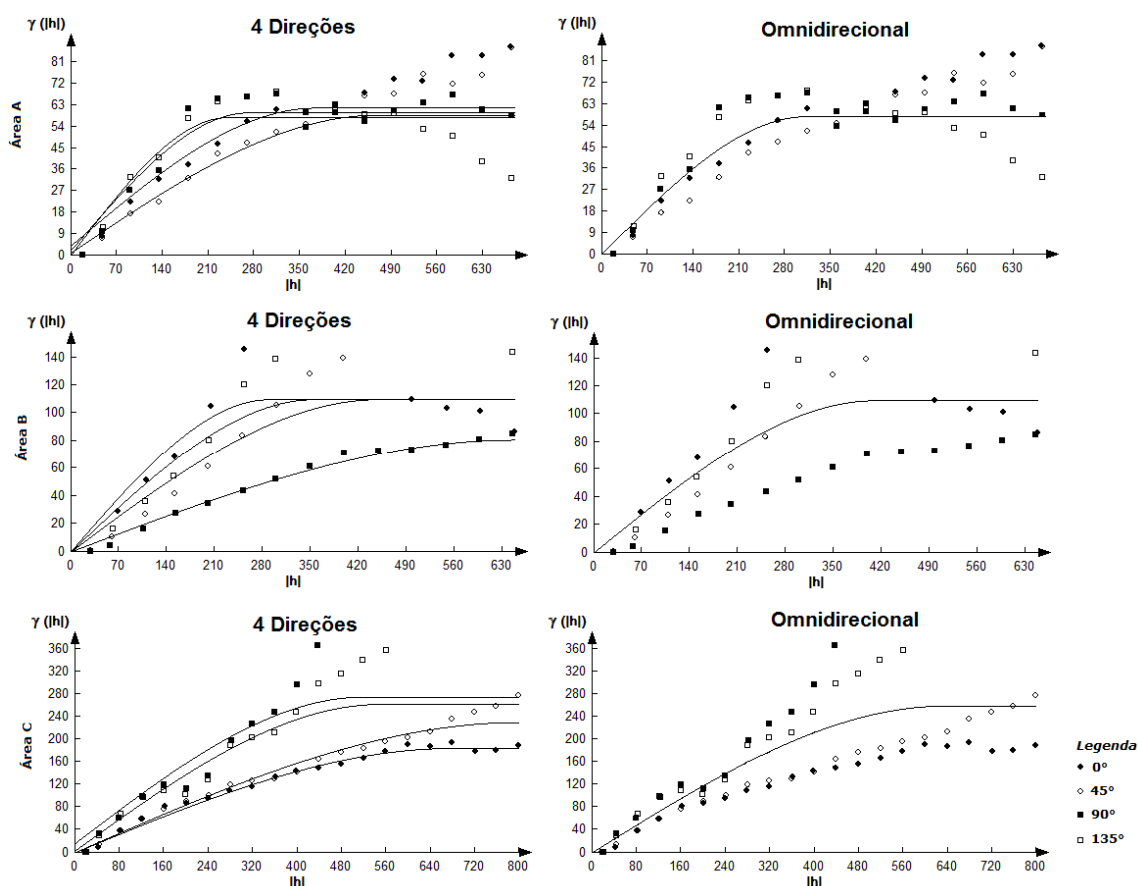


Figura 4: Semivariogramas 4 direções (à esquerda) e omnidirecionais (à direita) das Áreas A, B e C.

A Figura 4 apresenta os semivariogramas para as três áreas. Do lado à esquerda, os semivariogramas das quatro direções foram sobrepostos a fim de verificar o comportamento entre eles e, do lado à direita, tem-se o semivariograma omnidirecional em relação as quatro direções.

Nessa figura, a Área A demonstra, antes de atingir o patamar, um comportamento semelhante entre os gráficos. Já nas outras áreas, esse comportamento não é tão semelhante. Entretanto, nos três casos, é possível ajustar um semivariograma omnidirecional entre as quatro direções, como aparece do lado direito de cada figura e, dessa forma, aplicar tanto a isotropia quanto a anisotropia.

Por isso, os resultados foram ajustados e estão expostos na Tabela 1, na qual o modelo esférico (MATHERON, 1971), Equação (3), aparece como o mais adequado em todas as situações. As direções omnidirecionais servem ao propósito da isotropia. Agora para a

anisotropia, são tomadas, em cada caso, as direções com maior e menor alcance, ambas separadas por ângulo de 90°, ficando assim definido:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{se } |h| = 0 \\ C_0 + C_1 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{|h|}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{|h|}{a} \right)^3 \right] = C_0 + C_1 [\gamma(h)], & \text{se } 0 < |h| \leq a \\ C_0 + C_1, & \text{se } |h| > a \end{cases} \quad (3)$$

- Área A:
 - direção 45°, alcance 468 m, efeito pepita 1 e contribuição 58;
 - direção 135°, alcance 240 m, efeito pepita 0 e contribuição 58.
- Área B:
 - direção 0°, alcance 290 m, efeito pepita 0 e contribuição 110;
 - direção 90°, alcance 650 m, efeito pepita 0 e contribuição 81.
- Área C:
 - direção 45°, alcance 800 m, efeito pepita 0 e contribuição 231;
 - direção 135°, alcance 260 m, efeito pepita 0 e contribuição 260.

Tabela 1 – Parâmetros ajustados resultantes da modelagem.

Região	Direção	Modelo	Alcance	E. Pepita	Contribuição
Área A	omni	esférico	314	0	58
	0°	esférico	374	4	58
	45°	esférico	468	1	58
	90°	esférico	272	2	58
	135°	esférico	240	0	58
Área B	omni	esférico	412	0	110
	0°	esférico	290	0	110
	45°	esférico	448	0	110
	90°	esférico	650	0	81
	135°	esférico	355	0	110
Área C	omni	esférico	635	0	260
	0°	esférico	672	0	185
	45°	esférico	800	0	231
	90°	esférico	522	16	260
	135°	esférico	515	3	260

Quanto à dependência espacial, esta pode ser constatada pelos mapas variográficos, orientado conforme indica a Figura 5(a), a qual expõe o comportamento da variável por meio de um gráfico de distância entre os pontos e pelo valor da média da semivariância dos pares (LANDIM et al., 2002).

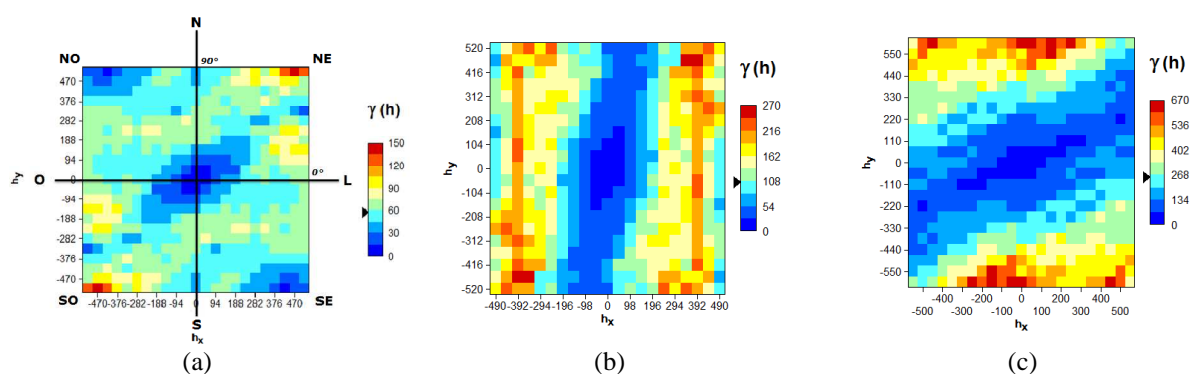


Figura 5 – Mapas variográficos: (a) Área A; (b) Área B; (c) Área C.

Nesses mapas da Figura 5, nos três casos, verifica-se a ocorrência de dependência espacial pela formação dos grupos de valores $\gamma(h)$, indicando uma direção com maior continuidade espacial (caráter anisotrópico), mostrada na Tabela 1.

A modelagem da isotropia resultou nas Equações esféricas (4), (5) e (6):

$$\gamma(h)_{AreaA} = 0 + 58 \left[\gamma \left(\frac{h}{314} \right) \right] \quad (4)$$

$$\gamma(h)_{AreaB} = 0 + 110 \left[\gamma \left(\frac{h}{412} \right) \right] \quad (5)$$

$$\gamma(h)_{AreaC} = 0 + 260 \left[\gamma \left(\frac{h}{635} \right) \right] \quad (6)$$

Já para modelar a anisotropia dessas áreas, foram feitas as combinações dos parâmetros ajustados, resultando nas Equações esféricas (7), (8) e (9).

$$\gamma(h)_{AreaA} = 0 + 1 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45}}{\varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{h_{135}}{240} \right)^2} \right) \right] + 57 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45}}{468} \right)^2 + \left(\frac{h_{135}}{240} \right)^2} \right) \right] + 1 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45}}{468} \right)^2 + \left(\frac{h_{135}}{\infty} \right)^2} \right) \right] \quad (7)$$

$$\gamma(h)_{AreaB} = 0 + 0 + 81 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{90}}{650} \right)^2 + \left(\frac{h_0}{290} \right)^2} \right) \right] + 29 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{90}}{650} \right)^2 + \left(\frac{h_0}{\infty} \right)^2} \right) \right] \quad (8)$$

$$\gamma(h)_{AreaC} = 0 + 3 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45}}{\varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{h_{135}}{515} \right)^2} \right) \right] + 228 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45}}{800} \right)^2 + \left(\frac{h_{135}}{515} \right)^2} \right) \right] + 32 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45}}{800} \right)^2 + \left(\frac{h_{135}}{\infty} \right)^2} \right) \right] \quad (9)$$

A partir desses parâmetros definidos para os dois casos, isotrópico e anisotrópico, procede-se a interpolação pela krigagem ordinária por pontos.

3. Resultados e Discussão

Dessa forma, os dados foram processados, considerando-se também a variação da vizinhança de busca nos seguintes valores: 16 (padrão), 20 e 24. Esta variação tem como propósito analisar se o aumento da vizinhança contribui nas estimativas.

Com a finalidade de avaliar todos os resultados, calculou-se o erro pela diferença entre cada ponto observado (z_{obs}) e seu estimado (z_{est}), segundo a Equação (10):

$$erro = (z_{obs}) - (z_{est}) \quad (10)$$

Para obter a média dos erros, aplicou-se a Equação (11), que descreve o Erro Absoluto Médio (EAM) cujo valor n representa a quantidade de pontos do conjunto amostrado.

$$EAM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |erro| \quad (11)$$

Os resultados aparecem na Tabela 2, composta, além da variação de vizinhança, pelo número de pontos amostrados, média, desvio-padrão, EAM e correlação. Nota-se que as correlações têm valores altos, refletindo confiabilidade das estimativas. Os desvios-padrões e as médias têm valores muito próximos entre si. Em se tratando do EAM, os resultados isotrópicos apresentaram-se maiores do que seu correspondente anisotrópico, apontando este

último como uma estimativa mais próxima aos dados amostrados. Em outros termos, as interpolações anisotrópicas mostraram-se, em média, respectivamente, 5,39%; 4,84% e 4,36% menores quando comparadas as suas correspondentes isotrópicas para as vizinhanças 16, 20 e 24. Além do mais, o aumento da vizinhança de busca indicou não haver melhora nas estimativas da krigagem, sendo o melhor caso com o tamanho inicial de 16.

Tabela 2 – Comparação entre krigagem isotrópica e anisotrópica com variação da vizinhança de busca para as três áreas.

Krigagem		Isotrópica			Anisotrópica		
Vizinhança		16	20	24	16	20	24
Distribuição do erro Área A	N° de pontos	445	445	445	445	445	445
	Média	428,10502	428,10419	428,10130	428,09783	428,09547	428,09197
	Desvio-padrão	7,59312	7,59355	7,59423	7,59028	7,58941	7,58978
	EAM	0,2493	0,2589	0,2634	0,2372	0,2476	0,2525
	Correlação	0,99854	0,99848	0,99846	0,99839	0,99833	0,99830
Distribuição do erro Área B	N° de pontos	330	330	330	330	330	330
	Média	403,96712	403,97528	403,97198	403,97335	403,97797	403,97402
	Desvio-padrão	10,30209	10,30231	10,30328	10,30255	10,30238	10,30265
	EAM	0,2000	0,2221	0,2332	0,1858	0,2083	0,2222
	Correlação	0,99960	0,99956	0,99953	0,99959	0,99958	0,99954
Distribuição do erro Área C	N° de pontos	417	417	417	417	417	417
	Média	393,6027	393,6077	393,6110	393,5967	393,6021	393,6042
	Desvio-padrão	16,04117	16,00961	16,01207	0,99912	0,99908	0,99907
	EAM	0,4166	0,4338	0,4462	0,3990	0,4167	0,4274
	Correlação	0,99906	0,99903	0,99901	0,99912	0,99908	0,99907

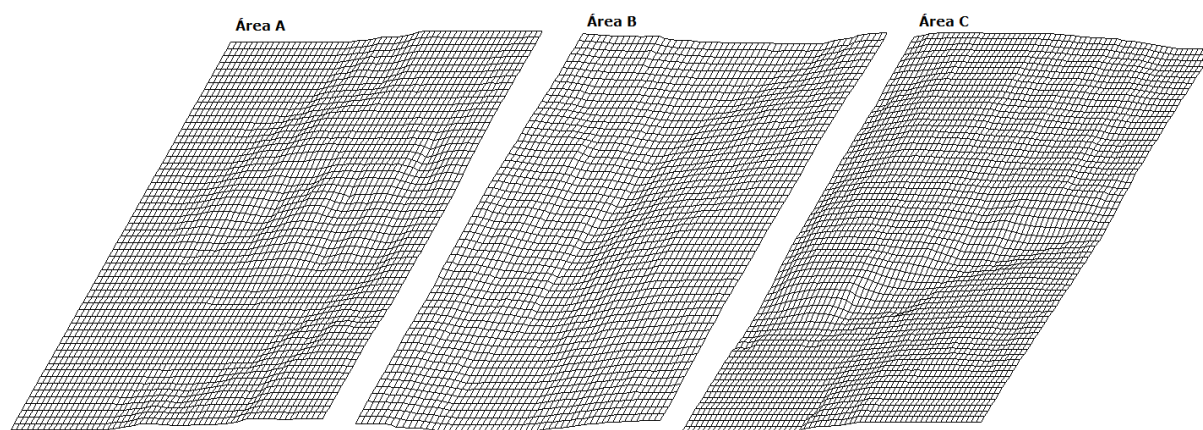


Figura 6 – MDTs das Áreas A, B e C gerados pela krigagem anisotrópica.

Como resultado final, esses valores interpolados geraram os modelos digitais de terrenos para as três áreas envolvidas, como mostra a Figura 6, cujas representações obedecem à krigagem anisotrópica com vizinhança 16.

4. Conclusões

Os testes levaram em conta três áreas da região de Presidente Prudente cujos dados de altimetria são expressos na forma de isolinhas e que evidenciam uma morfologia tênue da superfície terrestre envolvida.

As interpolações por meio da krigagem permitem pontuar alguns aspectos importantes sobre a espacialidade dos dados, ou seja, a disposição das curvas de nível influencia na definição dos parâmetros de modelagem.

Apesar das informações indicarem às vezes alguma direção com tendência, esta foi assumida, com determinada limitação de alcance e, assim, permitiu a aplicação da krigagem ordinária.

Quanto à dependência espacial, todos os testes mostraram haver correlação entre as informações de altimetria, bem como uma direção de maior continuidade. O efeito disso pôde ser percebido pela geração dos semivariogramas, evidenciando um caráter anisotrópico e também foi constatado pela análise do EAM, ao se comparar os resultados das interpolações desenvolvidas pelos dois casos: isotrópico e anisotrópico.

É importante ressaltar que, quando se trabalha com interpolação geoestatística, os casos devem ser tratados de forma independente, pois a modelagem está ligada às percepções de quem a manipula, exigindo conhecimento sobre as informações.

A respeito das análises, obteve-se o caso anisotrópico como o tipo de modelagem com maior proximidade em relação aos dados observados para captar as características espaciais da região, juntamente com a vizinhança de busca de tamanho 16, o que contribuiu e possibilitou gerar os MDTs da Figura 6, representando as três áreas de aplicação.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da FCT/UNESP, onde pesquisa se desenvolve, e à agência de fomento CNPq.

Referências Bibliográficas

- ANDRIOTTI, J. L. S. **Fundamentos de estatística e geoestatística**. São Leopoldo: Unisinos, 2003. 165 p.
- BETTINI, C. Conceitos básicos de geoestatística. In: MEIRELLES, M. S. P.; CAMARA, G.; ALMEIDA, C. M. (Ed.). **Geomática: modelos e aplicações ambientais**. Brasília: Embrapa, 2007. cap. 4, p. 193-234.
- CAMARGO, E. C. G.; FUCKS, S. D.; CÂMARA, G. **Análise espacial de superfícies**. Brasília: Embrapa, 2004.
- EL-SHEIMY, N.; VALEO, C.; HABIB, A. **Digital terrain modeling: acquisition, manipulation, and Applications**. Boston: Artech House, 2005. 257 p.
- ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An introduction to applied geostatistics**. New York: Oxford University Press, 1989. 561 p.
- LANDIM, P. M. B. **Análise estatística de dados geológicos**. 2. ed. São Paulo: Unesp, 2003. 253 p.
- LANDIM, P. M. B. **Introdução à análise variográfica com o variowin: lab. geomatemática**. Rio Claro: DGA, IGCE, UNESP, 2004. 25 p. Texto didático. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/DIDATICOS/LANDIM/Variowin.pdf>>. Acesso em: 16 set. 2010.
- LANDIM, P. M. B.; STURARO, J. R.; MONTEIRO, R. C. **Krigagem ordinária para situações com tendência regionalizada**. Rio Claro: DGA, IGCE, UNESP, 2002. Texto didático 06. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html>>. Acesso em: 16 set. 2010.
- MATHERON, G. **The theory of regionalized variables**. Paris: École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1971. 211 p. (Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleu, 5).
- PANNATIER, Y. **VARIOWIN: Software for spatial data analysis in 2D**. Springer-V, 1996. 91p. Disponível em: <<http://www-sst.unil.ch/research/variowin/index.html>>. Acesso em: 16 set. 2010.