

## Software para simplificação de projetos de filtros FIR

Emanoel Raimundo Queiroz Chaves Junior<sup>1,2</sup>

Manoel Jozeane Mafra de Carvalho<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Caixa Postal 1524 – 59072-970 – Natal – RN, Brasil

emchavesjr@gmail.com

<sup>2</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE – Centro Regional do Nordeste

CEP 59076-740 – Natal – RN, Brasil

manoel@crn.inpe.br

**Abstract.** The objective of this article is to present a software that perform the calculation of the filter's coefficients to Finite Impulse Response filters design; and show its application in the ITASAT satellite's transponder construction project that is being developed by CRN-INPE. The software is able to perform the calculation from the fundamentals parameters of the frequency response and convert the results to the binary representation.

**Palavras-chave:** digital filters design, digital processing signals, projeto de filtros digitais, processamento digital de sinais.

### 1. Introdução

A tecnologia digital surgiu e vem sendo largamente utilizada pela sociedade desde meados do século XX. Durante esse período, vários eventos serviram de motivação para se investir neste advento. Como por exemplo, a guerra fria, a corrida do homem ao espaço, o surgimento da informática, a necessidade de novas tecnologias de comunicação, automação e monitoramento, etc.

Neste cenário, foram desenvolvidos os filtros digitais FIR (*Finite Impulse Response*) e IIR (*Inifinite Impulse Response*) que são largamente utilizados em processamento digital de sinais ou tratamento digital. Os filtros digitais possuem uma resposta mais previsível, com pequena taxa de erro e mais rápida do que os filtros analógicos conhecidos.

O CRN-INPE propôs a construção do Transponder PCD para o satélite universitário ITASAT que abrange determinados blocos de projeto, sendo um deles, o de processamento digital que contém dois filtros FIR. O software tem a finalidade de obter os coeficientes do filtro, adequá-los a um método de janela que melhor convenha à escolha do projetista; e converter os resultados à representação binária para serem utilizados no projeto em FPGA da construção do bloco.

### 2. Metodologia de projeto

#### 2.1. Obtenção da expressão dos coeficientes através da resposta em frequência

O projeto de filtros FIR inicia-se pela obtenção da expressão dos coeficientes ideais do filtro observando a resposta que se deseja no domínio frequência. Essa obtenção é realizada através da Transformada inversa de Fourier no tempo discreto que tem como definição a expressão abaixo (Equação 1):

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega \quad (1)$$

A variável  $\Omega$  é o valor da frequência de corte angular discreta que corresponde à razão entre a frequência de corte angular e a frequência de amostragem (Equação 2):

$$\Omega = \frac{\omega}{f_s} \quad (2)$$

Segundo o autor: Les Thede (2005), a variável  $\tau$  é uma defasagem a ser feita para evitar que os coeficientes fiquem simétricos em relação à origem e consequentemente exista valores referentes a instantes negativos. O valor de  $\tau$  corresponde à metade da subtração do tamanho do filtro pela unidade (Equação 3):

$$\tau = \frac{N - 1}{2} \quad (3)$$

A variável  $\tau$  funciona deslocando todos os coeficientes ordenadamente para instantes imediatamente após a origem, tornando o filtro um sistema causal

A expressão para dos coeficientes é deduzida da seguinte forma: o ganho deve ser unitário para sinais de frequência situadas na região de banda passante; e nulo para as situadas na região de banda de rejeição.

Como exemplo a figura 1 que é um gráfico da resposta em frequência do filtro passa baixa ideal:

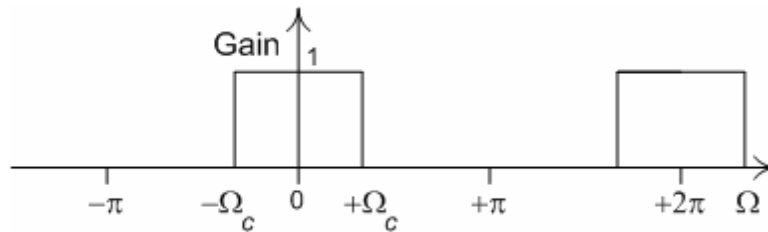


Figura 1. Resposta em frequência do filtro passa baixa ideal.

Sabendo que o ganho unitário apenas na região entre  $-\Omega_c$  a  $\Omega_c$ , podemos reduzir a Equação 1 para a expressão abaixo (Equação 4):

$$h[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega_c}^{+\Omega_c} e^{j(n-\tau)\Omega} d\Omega \quad \text{sendo } n = 0, 1, 2, 3, \dots, 2\tau \quad (4)$$

Resolvendo a equação 4 e expandindo o resultado através do Teorema de Euler, obténs o sistema abaixo (Equação 5):

$$h[n] = \begin{cases} \frac{\text{sen}[(n - \tau)\Omega c]}{(n - \tau)\pi} & \text{para } n \neq \tau \\ \frac{\Omega c}{\pi} & \text{para } n = \tau \end{cases} \quad (5)$$

O exemplo acima serve para filtros passa baixa. Para os demais tipos de filtro, os intervalos de integração na equação 1 serão diferentes dos da equação 4 então para cada tipo de filtro, a equação 1 será reduzida para as equações na Tabela 1 abaixo:

Tipos de filtro	Expressão matemática dos coeficientes
Passa alta	$h[n] = \begin{cases} \frac{\text{sen}[(n - \tau)\pi] - \text{sen}[(n - \tau)\Omega c]}{(n - \tau)\pi} & \text{para } n \neq \tau \\ \frac{(\pi - \Omega c)}{\pi} & \text{para } n = \tau \end{cases}$
Passa banda	$h[n] = \begin{cases} \frac{\text{sen}[(n - \tau)\Omega c2] - \text{sen}[(n - \tau)\Omega c1]}{(n - \tau)\pi} & \text{para } n \neq \tau \\ \frac{(\Omega c2 - \Omega c1)}{\pi} & \text{para } n = \tau \end{cases}$
Rejeita banda	$h[n] = \begin{cases} \frac{\text{sen}[(n - \tau)\pi] - \text{sen}[(n - \tau)\Omega c2] + \text{sen}[(n - \tau)\Omega c1]}{(n - \tau)\pi} & \text{para } n \neq \tau \\ \frac{(\pi - \Omega c2 + \Omega c1)}{\pi} & \text{para } n = \tau \end{cases}$

Tabela 1. Expressões matemáticas para os demais tipos de filtro

O software cria um vetor de tamanho igual ao tamanho do filtro que se inicia com 0 e finaliza com  $2\tau$  e então utiliza esse vetor e uma das expressões acima (Equação 5 e Tabela 1) para gerar o vetor de coeficientes.

### 2.2. Adequação dos resultados a um método de janela

Segundo o autor: Les Thede (2004), para um filtro ser considerado ideal, ele deve possuir: ganho unitário para todas as frequências que estejam inclusas na banda de passagem; ganho nulo para as frequências na banda de rejeição; e banda de transição nula. Para um filtro possuir todos esses parâmetros de desempenho, ele deve ter ordem infinita. No contexto do projeto, para um filtro FIR ser ideal, a quantidade de coeficientes ideais deve ser infinita, o que é uma coisa impossível de se conseguir.

Os métodos ou técnicas de janela são multiplicadores que servem para manipular os coeficientes do filtro de acordo com o modelo abaixo (Equação 6) a fim de proporcionar uma melhor distribuição de energia e assim obter um melhor desempenho.

O software trabalha com os tipos métodos abordados pelo autor: Li Tan (2008). São eles: retangular, triangular ou Bartlett, Hanning, Hamming e Blackman. Les Thede também explana sobre o método de Kaiser, mas este não foi incluso por ser mais complexo que os demais por que se baseia na teoria de funções de Bessel.

$$h_{janela}[n] = h[n] \times w[n] \quad (6)$$

Na Tabela 2 estão as expressões para cada tipo de método de janela utilizado pelo software:

Tipos de métodos de janela	Expressão matemática	
Retangular	$w[n + \tau] = 1$	$-\tau \ll n \ll \tau$
Triangular	$w[n + \tau] = 1 - \frac{ n }{\tau}$	$-\tau \ll n \ll \tau$
Hanning	$w[n + \tau] = 0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{n\pi}{\tau}\right)$	$-\tau \ll n \ll \tau$
Hamming	$w[n + \tau] = 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{n\pi}{\tau}\right)$	$-\tau \ll n \ll \tau$
Blackman	$w[n + \tau] = 0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{n\pi}{\tau}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{2n\pi}{\tau}\right)$	$-\tau \ll n \ll \tau$

Tabela 2. Expressões para cada tipo de método de janela utilizado pelo software

### 2.3 Exemplo

Será resolvido um problema que foi retirado do Thede, Les. **Practical Analog and Digital Filter Design**. Arthec House, Inc. 2004. cap 7, p.171-174 para ilustrar a teoria de projeto.

A questão pede para que sejam determinados os coeficientes para um filtro passa baixa de tamanho igual 21, frequência de corte igual a 3,5KHz e frequência de amostragem igual a 20KHz em janela de Hamming.

Inicialmente calcula-se a frequência de amostragem no tempo discreto através da Equação 2. Em seguida, deve-se utilizar esse valor e os parâmetros dados no enunciado do problema na Equação 5 para obter a Tabela 3 abaixo:

h[n]	Valor	h[n]	Valor
0	-0.03183	11	0.28362
1	-0.01606	12	0.12876
2	0.02339	13	-0.01660
3	0.04491	14	-0.07568
4	0.01639	15	-0.04502
5	-0.04502	16	0.01639
6	-0.07568	17	0.04491
7	-0.01660	18	0.02339
8	0.12876	19	-0.01606
9	0.28362	20	-0.03183
10	0.35000		

Tabela 3. Coeficientes ideais do filtro FIR passa baixa

O próximo passo é obter os multiplicadores da janela de Hamming que estão na Tabela 4 e, em seguida, obter os coeficientes manipulados pelo método que estão na Tabela 5. A Figura

2, que está logo abaixo às tabelas, possui os gráficos das respostas do filtro em janela retangular (sem manipulação) e em janela de Hamming:

h[n]	Valor	h[n]	Valor
0	-0.03183	11	0.28362
1	-0.01606	12	0.12876
2	0.02339	13	-0.01660
3	0.04491	14	-0.07568
4	0.01639	15	-0.04502
5	-0.04502	16	0.01639
6	-0.07568	17	0.04491
7	-0.01660	18	0.02339
8	0.12876	19	-0.01606
9	0.28362	20	-0.03183
10	0.35000		

Tabela 4. Multiplicadores da janela de Hamming para o problema

h[n]	Valor	h[n]	Valor
0	-0.03183	11	0.28362
1	-0.01606	12	0.12876
2	0.02339	13	-0.01660
3	0.04491	14	-0.07568
4	0.01639	15	-0.04502
5	-0.04502	16	0.01639
6	-0.07568	17	0.04491
7	-0.01660	18	0.02339
8	0.12876	19	-0.01606
9	0.28362	20	-0.03183
10	0.35000		

Tabela 5. Coeficientes do filtro manipulados pelo método de janela

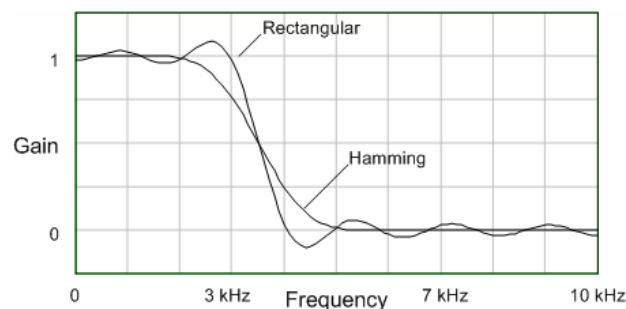


Figura 2. Respostas do filtro em janela retangular e em janela de Hamming.

### 3. Aplicação no projeto Transponder ITASAT

O transponder PCD compreende a um dispositivo que recebe um sinal em um faixa de frequência e retransmite em outra, funcionando como repetidor analógico para os sinais das Plataformas de coleta de dados (PCDs).

O bloco de processamento digital realizará a conversão do sinal analógico que está em banda UHF 401.635MHz para digital, em seguida ele fará o tratamento digital do sinal que é composto da filtragem e da modulação PSK. Por fim, o sinal será convertido novamente para analógico e podendo ser transmitido em banda S ou UHF. O satélite ITASAT será o segundo

satélite do Sistema Brasileiro de Coleta de Dados com essa capacidade de transmitir sinais nos dois tipos de banda ditos anteriormente. O primeiro deles é o CBERS.

Para que seja possível essa transmissão em dois tipos de banda, são utilizados dois filtros FIR, ambos como passa faixa com largura de banda de 100KHz, sendo que cada um está ajustado na banda do tipo de transmissão.

O software simplifica o projeto dos filtros através de realização os cálculos para obter os coeficientes, mas por que, além disso, os resultados podem ser convertidos para a representação binária que é trivial para a descrição do filtro em VHDL na sua implementação em FPGA.

### **Referências bibliográficas**

- Theede, Les. **Practical Analog and Digital Filter Design**. Arthec House, Inc. 2004  
Tan, Li. **Digital Signal Processing: Fundamentals and Applications**. Elsevier. 2008  
Haykin, Simon. VEEN, Barry van. **Sinais e Sistemas**. Bookman. 2006

### **5. Modelo *mword***

O presente documento está disponível na forma de um arquivo *mword* em <<http://www.dsr.inpe.br/sbsr2011/files/artigoSoftFIR.pdf>>