

REFLECTANCIA: TEORIA GERAL E USO DA ESFERA INTEGRADORA

Vicente Alonso Perdiz

Instituto de Atividades Espaciais

Centro Técnico Aeroespacial

12225 - São José dos Campos, SP

RESUMO

Nas medidas do fator de reflectância bidirecional é muito frequente observar-se discrepâncias nos espectros de um mesmo alvo, obtidos com diferentes radiômetros, nas mesmas condições de iluminação e observação. Do estudo de trabalhos publicados sobre o assunto, conclui-se que estas discrepâncias podem ser reduzidas tomando-se certos cuidados e com uma metodologia que envolve o uso de uma esfera integradora. Apesar do grande número de trabalhos internacionais publicados sobre a teoria e uso da esfera integradora, ela raramente tem sido utilizada em nosso País. Por esta razão, estão sendo indicados alguns dos trabalhos sobre esta teoria, sendo um deles, por sua semelhança conceitual à do irradiador de cavidade, rerepresentado numa forma bastante detalhada. Deste trabalho foram derivadas relações para o cálculo de reflectância absoluta, mostrando-se como a esfera integradora se constitui, por si mesma, num padrão primário, a partir do qual podem ser calibrados padrões secundários, como superfícies de referência de sulfato de bário.

ABSTRACT

On measuring the bidirectional reflectance factor, one will frequently find discrepancies in the spectra of same target, obtained with different radiometers in the same conditions of illumination and observation. From the study of some works published on this subject, we conclude that these discrepancies could be reduced by taken some cautions and with a methodology that uses an integrating sphere. Although there are several international works published on the theory and use of the integrating sphere, it has rarely been used in our country. Because of this some papers on this theory are being indicated. One of them, because of its conceptual similarity with the cavity radiator, is being represented in a detailed form. From this work we derivated relations to calculate absolute reflectance, that show how the integrating sphere is, by itself, a primary standard from which we can calibrate secondary standards, such as reference surfaces of barium sulfate.

1. INTRODUÇÃO

A reflectância de uma superfície é definida como a relação entre o fluxo refletido pela superfície e o fluxo nela incidente. Nesta definição não são considerados os ângulos de reflexão e de incidência da radiação, nem o ângulo sólido delimitado pelo sistema óptico do radiômetro utilizado para as medidas destes fluxos. A indicação destes ângulos é importante porque a amostra pode ser irradiada por um feixe estreito, por radiação vinda de diferentes direções, por radiação difusa, ou por alguma combinação destas. Além disso, a reflexão pode ocorrer nas formas: especular, onde um fluxo de radiação compreendido num ângulo sólido, é refletido num ângulo sólido e os ângulos de reflexão e de incidência são iguais; difusa,

onde o fluxo radiante é refletido em todas as direções; mixta, onde ambas reflexões, especular e difusa, podem ocorrer. No lugar de reflectância, o termo, fator de reflectância, é geralmente utilizado quando se considera a geometria dos fluxos incidente e refletido.

Young et alii [6, 1980] realizaram um estudo sobre a variação do fator de reflectância, com os ângulos de incidência e de reflexão da radiação, de placas preparadas com MgO e BaSO₄. Neste estudo verifica-se a importância da indicação destes ângulos nas medidas de reflectância, pois mesmo para estas superfícies, utilizadas como padrões de referência, observam-se grandes variações do fator de reflectância para altos valores dos ângulos de incidência e de reflexão. Para realizar este estudo os autores utilizaram um goniofotômetro.

De acordo com os dados apresentados por Young, amostras pintadas com "spray" de BaSO₄, quando o ângulo de incidência é de 0° e o ângulo de reflexão varia de 0 a 45°, apresentam uma variação de 100 para 96 nos valores do fator de reflectância. Quando o ângulo de reflexão é de 30°, e o ângulo de incidência varia de 0° a 60°, o fator de reflectância varia de um valor de 102 para 74 (os dados foram colocados numa escala tal que, para ângulos de incidência e de reflexão de 0°, foi estabelecido um fator de reflectância de 100). Para ângulos de incidência e de reflexão entre 0° e 30°, não se observam variações apreciáveis. Além disso, as amostras não se comportam como superfícies Lambertianas e apresentam um grande retroespalhamento em qualquer ângulo de incidência.

Kubelka [17, 1948 e 15, 1954], mostrou como o fator de reflectância de superfícies pintadas, varia com a espessura da camada de tinta utilizada.

Algumas superfícies apresentam efeitos de fluorescência [5, 1981] e efeitos de polarização também podem ser apreciáveis [6, 1980].

O fator de reflectância de uma superfície também depende do comprimento de onda da radiação incidente.

Na espectrometria de campo, a superfície a ser medida é de alguma maneira comparada com uma superfície padrão, geralmente preparada com MgO ou BaSO₄ [4, 5, 7, 13, 16]. Este método de comparação pode ser falho se o fator de reflectância da superfície padrão for incorretamente avaliado [6], ou se houver algum tipo de deterioração da superfície, como envelhecimento ou contaminação. Duggin e Cunia [3, 1983], mostram algumas técnicas e cuidados que devem ser tomados na espectrometria de campo. Um trabalho clássico, muito conhecido, é o apresentado por Milton [2, 1983].

Grum e Luckey [10, 1968], realizaram vários experimentos para verificar a deterioração de superfícies preparadas com óxido de magnésio e sulfato de bário. Este trabalho mostra como estas superfícies sofrem processos de envelhecimento por exposição a fontes de radiação intensas, por contaminação, ou por algum tipo de degradação que ocorre a partir do momento em que estas superfícies são preparadas. Aqui e num trabalho de Frei [9, 1976], são indicadas algumas das vantagens do sulfato de bário em relação ao óxido de magnésio, principalmente no que se refere à estabilidade do fator de reflectância nos comprimentos de onda próximos a 200 nm.

Na 8ª seção da "Commission Internationale de l'Eclairage" (CIE), realizada em 1931, foi convenção que a calibração de uma superfície de referência, utilizada como padrão de medidas de reflectância, seria feita pintando-a com alguma substância adequada, tal como MgO ou BaSO₄, e assumindo que seu fator de reflectância era unitário. Na 14ª Seção, realizada em 1959, a CIE passou a recomendar o uso de procedimentos de medida da reflectância absoluta das su-

perfícies utilizadas como padrões de reflectância [8, 1976].

Com exceção do refletor especular perfeito, todas as superfícies apresentam reflexão difusa. Portanto, qualquer método de medida de reflectância absoluta deve envolver a integração do fluxo refletido, o que obriga o uso de um goniofotômetro ou de uma esfera integradora.

2. TERMINOLOGIA

A reflectância obtida com o uso de uma esfera integradora é denominada absoluta, pois inclui os fluxos especular e difuso refletidos pela amostra em todo o hemisfério.

Dependendo dos fluxos incidente e refletido, a calibração de superfícies utilizadas como padrões de reflectância é geralmente realizada numa das seguintes geometrias:

- a) difusa/difusa (d/d)
- b) normal/difusa (O/d)
- c) difusa/normal (d/O)

O primeiro termo descreve a geometria do fluxo incidente, o segundo, a geometria do fluxo refletido. Irradiação difusa é produzida com o auxílio de uma esfera integradora. Para a medida de radiação difusa refletida utilizam-se os métodos goniofotométricos, espelho hemisférico ou esfera integradora.

De acordo com Budde [8, 1976], o termo reflectância aplica-se somente nas geometrias d/d e O/d. Na geometria d/O é utilizado o termo fator de reflectância, $\rho_{d/O}$, definido como a relação entre o fluxo radiante refletido numa direção e num ângulo sólido determinados e o fluxo refletido, na mesma direção e ângulo sólido, por um refletor difuso perfeito. Superfícies muito opacas e foscas, que se aproximam do refletor difuso perfeito, apresentam um fator de reflectância, $\rho_{d/O}$, próximo da reflectância $\rho_{d/d}$ e $\rho_{O/d}$.

2.1 FATOR DE REFLECTANCIA BIDIRECIONAL

Para incluir a geometria envolvida nas medidas espectrais de uma superfície, utiliza-se o fator de reflectância bidirecional, ou fator de reflectância, definido pela relação entre a exitância da superfície, determinada para uma radiância numa dada direção e ângulo sólido e a irradiância sobre a superfície, para uma determinada condição de iluminação. O conceito de fator de reflectância bidirecional é melhor interpretado através do seguinte desenvolvimento matemático:

Na Figura 1, um fluxo de energia radiante, Φ , incide numa superfície, S, segundo uma direção (θ, φ) . Seja $L(\theta, \varphi)$ a radiância deste fluxo dentro do ângulo sólido $d\Omega$, determinado na direção (θ, φ) e centrado num elemento de su-

perfície, dS , do alvo. Mostra-se que o fluxo infinitesimal, $d^2\Phi$, que incide em dS , é dado pela relação:

$$d^2\Phi = L(\theta, \varphi) \cdot d\Omega \cdot dS \cdot \cos \theta,$$

ou,

$$d\left(\frac{d\Phi}{dS}\right) = L(\theta, \varphi) \cdot d\Omega \cdot \cos \theta.$$

Mas, $d\Phi/dS$ é a irradiância, E , sobre o elemento de superfície. Assim,

$$dE = L(\theta, \varphi) \cdot d\Omega \cdot \cos \theta,$$

ou, integrando em relação a Ω ,

$$E = \int_{\Omega} L(\theta, \varphi) \cdot \cos \theta \cdot d\Omega, \quad (2.1)$$

A irradiância, E , determinada pela Equação (2.1), representa o fluxo, por unidade de área, sobre o elemento de superfície, dS . A integral poderá ser calculada se conhecida a radiância em todos os ângulos sólidos determinados pelas direções, (θ, φ) , de onde provém a radiação. O caso mais simples ocorre quando o fluxo radiante é produzido por um feixe colimado de raios paralelos, proveniente de uma só direção, (θ, φ) , e de radiância constante.

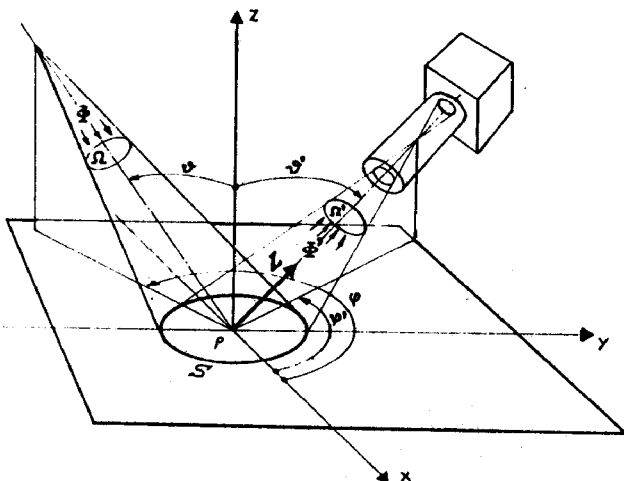


Figura 1 - Grandezas geométricas na medida do fator de reflectância bidirecional.

O fluxo incidente em dS é parcialmente refletido e espalhado em todas as direções. Seja $L(\theta', \varphi')$ a radiância do fluxo, $d^2\Phi'$, refletido por dS dentro do ângulo sólido, $d\Omega'$, determinado pela direção (θ', φ') . Mostra-se que

$$d^2\Phi' = L(\theta', \varphi') \cdot d\Omega' \cdot dS \cdot \cos \theta',$$

ou,

$$d\left(\frac{d\Phi'}{dS}\right) = L(\theta', \varphi') \cdot d\Omega' \cdot \cos \theta',$$

ou ainda, utilizando a expressão

$$d\Omega' = \sin \theta' \cdot d\theta' \cdot d\varphi'$$

e observando que $d\Phi'/dS$ é a exitância, N , do elemento de superfície, dS , vem:

$$dN = L(\theta', \varphi') \cdot \sin \theta' \cdot \cos \theta' \cdot d\theta' \cdot d\varphi'.$$

A exitância, N , será dada pela integral da expressão acima, tomada para todas as direções (θ', φ') , ou seja:

$$N = \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi/2} L(\theta', \varphi') \cdot \sin \theta' \cdot \cos \theta' \cdot d\theta' \cdot d\varphi'. \quad (2.2)$$

Esta integral terá solução se conhecida a relação que define a dependência de L com os ângulos θ' e φ' . Para o refletor difuso perfeito, com mesma radiância, L_0 , em todas as direções, a solução é imediata, com resultado: $N_0 = \pi \cdot L_0$. Para superfícies reais, assumindo radiância em todas as direções igual ao valor $L(\theta', \varphi')$, medido na direção (θ', φ') , obtém-se o resultado $N = \pi \cdot L(\theta', \varphi')$.

Da definição de fator de reflectância bidirecional, conclui-se, portanto, que

$$\rho(\theta', \varphi') = \frac{N}{E} = \frac{\pi \cdot L(\theta', \varphi')}{\int_{\Omega} L(\theta, \varphi) \cdot \cos \theta \cdot d\Omega}. \quad (2.3)$$

Como a radiância na direção da medida não é, em geral, igual à radiância média da superfície, o fator de reflectância dado por esta expressão poderá apresentar um valor significativamente diferente do obtido através de outro método, como o goniofotométrico ou esfera integradora, ou em outra direção. O refletor difuso perfeito (superfície ideal) apresenta mesma radiância em todas as direções e seu fator de reflectância, determinado através desta expressão, seria igual ao obtido com uma esfera integradora.

Na determinação do fator de reflectância é uma prática comum dividir o valor referente ao espectro do alvo pelo valor do espectro de uma placa de referência, medidos em iguais condições de iluminação e de observação. As relações matemáticas envolvidas neste procedimento podem ser derivadas a partir das expressões das exitâncias do alvo, N_a , e da placa de referên-

cia, N_r , obtidas da definição de fator de reflectância:

$$N_a = E \cdot \beta_a(\theta', \varphi'), \quad N_r = E \cdot \beta_r(\theta', \varphi') .$$

Dividindo ambas expressões, obtem-se:

$$\begin{aligned} \beta_a(\theta', \varphi') &= \frac{N_a}{N_r} \cdot \beta_r(\theta', \varphi') = \\ &= \frac{L_a(\theta', \varphi')}{L_r(\theta', \varphi')} \cdot \beta_r(\theta', \varphi') . \end{aligned} \quad (2.4)$$

Como o valor, V , medido por um radiômetro é proporcional à radiância, L , o fator de reflectância do alvo, β_a , é determinado pela razão entre o valor V_a , referente ao alvo, e o valor V_r , referente à placa de referência, multiplicada pelo fator de reflectância, β_r , da placa de referência. Isto é,

$$\beta_a = \frac{V_a}{V_r} \cdot \beta_r . \quad (2.5)$$

Portanto, para determinar o fator de reflectância do alvo, é necessário conhecer o fator de reflectância da placa de referência.

Placas de referência preparadas com óxido de magnésio ou sulfato de bário, apresentam características próximas às de um refletor difuso perfeito. Isto levou a CIE, em 1931, a recomendar estes materiais como padrões de reflectância. Entretanto, conforme foi citado, a partir de 1959 a CIE passou a recomendar procedimentos de medida da reflectância absoluta das placas de referência.

A reflectância absoluta da placa de referência é utilizada, no lugar do fator de reflectância bidirecional, para o cálculo do fator de reflectância do alvo, isto é, na Equação (2.5), utiliza-se ρ_d/d , ou ρ_0/d , no lugar de $\beta_r(\theta', \varphi')$.

3. MEDIDA DE REFLECTANCIA ABSOLUTA

A medida de reflectância absoluta pode ser realizada através de diferentes métodos [8, 1976], sendo mais conhecidos, os métodos: goniofotométrico, espelho hemisférico e esfera integradora.

a) Método goniofotométrico

O método goniofotométrico é também denominado método da indicatriz, ou método ponto a ponto. A amostra é irradiada com um feixe estreito, geralmente com ângulo de incidência de 0° e mede-se o fluxo radiante refletido em diferentes direções (vários ângulos de zenite,

$0 < \theta < 90^\circ$, e azimute, $0 < \varphi < 360^\circ$) e num ângulo sólido determinado. O fluxo incidente, Φ_0 , é determinado através da medida da intensidade radiante da fonte de radiação, ou através da medida da irradiância no plano da amostra. O fluxo refletido, Φ_r , é determinado através da integração numérica dos valores medidos de radiância da amostra. Obviamente, este método é extremamente demorado e difícil, mas tem sido utilizado por alguns pesquisadores para teste e verificação de outros métodos [8 e 19].

b) Método do espelho hemisférico

Todas as medidas do fluxo refletido em vários ângulos e a integração podem ser combinados numa única operação utilizando-se um espelho hemisférico. Na Figura 2, uma amostra, A, e um detector, D, são montados em dois pontos próximos e simétricos no plano diametral de um espelho hemisférico, E. O feixe é inicialmente dirigido para o detector, para a medida do fluxo incidente. Posteriormente, o feixe é orientado para irradiar a amostra. O fluxo total, especular e difuso, refletido pela amostra, é coletado pelo espelho hemisférico e redirecionado para o detector.

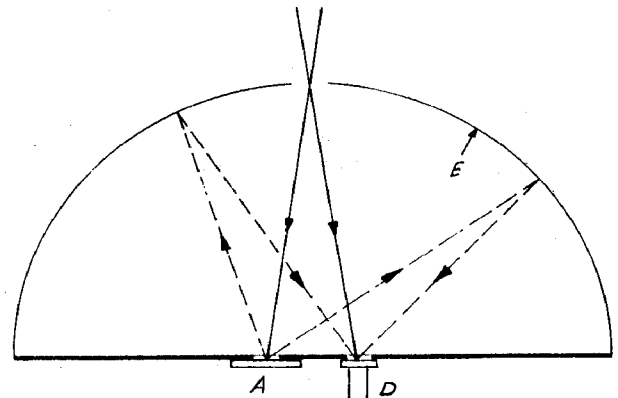


Figura 2 - Método do espelho hemisférico.

E - Espelho hemisférico
A - Amostra
D - Detector

Neste método a reflectância do espelho hemisférico precisa ser previamente conhecida. Ela é determinada substituindo-se a amostra por uma superfície espelhada com a mesma reflectância do espelho hemisférico. A relação entre os fluxos refletido e incidente corresponde ao quadrado da reflectância do espelho.

Esta técnica foi primeiramente utilizada por Royds em 1910, conforme descrito por Budde [8, 1976].

c) Método da esfera integradora

O método da esfera integradora basea-se numa teoria semelhante à do irradiador de cavidade. Consiste na determinação da relação matemática entre o fluxo medido numa abertura da esfera e o fluxo incidente, numa segunda abertura, sobre uma amostra instalada numa terceira abertura. Como o fluxo incidente na amostra é por ela difundido no interior da esfera, onde sofre múltiplas reflexões antes de sair através da janela de medição, a determinação desta relação matemática envolve uma soma com infinitos termos. O primeiro trabalho sobre a teoria da esfera integradora foi apresentado por Taylor em 1920 [19 e 20]. No primeiro artigo, Taylor descreveu cinco métodos diferentes de medida de reflectância absoluta. Três deles são baseados na teoria da esfera integradora.

4. TEORIA DA ESFERA INTEGRADORA

A teoria da esfera integradora, apresentada por Taylor em 1920, inspirou diversos autores que realizaram trabalhos sobre sua utilização [1, 5, 7, 8, 11, 12, 13, 14, 16].

Jacquez e Kuppenheim [14, 1955] apresentaram um trabalho sobre a teoria da esfera integradora utilizando um desenvolvimento matemático rigoroso. Infelizmente, devido ao formalismo matemático, é difícil o acompanhamento dos conceitos físicos envolvidos.

Goebel et alii [12, 1966], apresentaram um trabalho sobre o uso de uma esfera auxiliar com um espectrorradiômetro com uma esfera integradora para medidas precisas de reflectância absoluta.

Budde [8, 1966], apresentou um trabalho descrevendo e resumindo os principais métodos desenvolvidos até aquela data sobre a teoria e uso da esfera integradora, mostrando que, em grande parte, estes métodos eram variações dos apresentados por Taylor em 1920.

Tardy [1, 1988], apresentou um trabalho descrevendo como introduzir correções para minimizar erros causados quando se considera plana a superfície da abertura onde é colocada a amostra.

Num trabalho publicado em 1967, Goebel [11], apresentou a teoria da esfera integradora numa forma semelhante à teoria do irradiador de cavidade. A exemplo da teoria de Planck, o desenvolvimento de Goebel é bastante simples. Sem o uso de um formalismo matemático sofisticado, permite acompanhar a conceituação física com relativa facilidade, mantendo o rigor necessário. O desenvolvimento teórico é diferente do apresentado por Taylor e, do resultado final, podem-se derivar relações para diferentes configurações. Este desenvolvimento será aqui representado em detalhes, incluindo transformações matemáticas intermediárias e algumas aplicações.

4.1 TEORIA DA ESFERA INTEGRADORA SEGUNDO GOEBEL

Define-se uma esfera de área interna total $S = \pi \cdot D^2$, reflectância ρ_p e na qual existem $n + 1$ superfícies de diferentes reflectâncias, sendo S_i a área da i -ésima superfície e ρ_i , sua reflectância. Dentre estas, as superfícies correspondentes a aberturas, por onde a radiação pode penetrar ou sair do interior da esfera, são consideradas com reflectância nula. A fração de área S_i contida na área S da esfera é representada por $f_i (= S_i/S)$. Resumindo:

$S = \pi \cdot D^2 =$ área total do interior da esfera;

$S_i =$ i -ésima área do interior da esfera;

$\rho_i =$ reflectância da i -ésima área do interior da esfera;

$\rho_p =$ reflectância da parede da esfera, excluindo as áreas, S_i ;

$f_i = S_i/S =$ fração da área, S_i , na área total, S , da esfera;

$1 - \sum_0^n f_i =$ fração da área da esfera, excluindo as áreas S_i ($i = 0 \dots n$).

Se Φ_0 é o fluxo radiante incidente na área S_0 , então $\rho_0 \cdot \Phi_0$ é o fluxo não absorvido por S_0 (1ª reflexão). Deste fluxo, difundido em todas as direções no interior da esfera, a quantidade $f_i \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$ incide na área S_i . A quantidade

$$\left(\sum_0^n f_i \right) \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 \quad (4.1)$$

incide no total de áreas S_i ($i = 0 \dots n$) e, a quantidade

$$\left(1 - \sum_0^n f_i \right) \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 \quad (4.2)$$

incide na área $S - \sum_0^n S_i$ (= área interna da esfera, excluindo $\sum_0^n S_i$).

Do fluxo, $f_i \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$, incidente em S_i após a primeira reflexão, a quantidade $f_i \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 \cdot \rho_i$, é refletida (2ª reflexão) e, do fluxo incidente no total de áreas S_i ($i = 0 \dots n$), conforme indicado na Equação (4.1), a quantidade

$$\left(\sum_0^n f_i \cdot \rho_i \right) \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 \quad (2^\text{ª} \text{ reflexão}), \quad (4.3)$$

é refletida por $\sum_0^n S_i$.

Do fluxo difundido na 1ª reflexão e incidente na parede da esfera, excluindo as áreas S_i ($i = 0 \dots n$), conforme definido na Equação (4.2), é refletido uma quantidade

$$(1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 \quad (2^\circ \text{ reflexão}) \quad (4.4)$$

Portanto, o fluxo não absorvido por todo o interior da esfera (2ª reflexão), é o determinado pela soma das Equações (4.3) e (4.4):

$$\begin{aligned} & (\sum_0^n f_i \cdot \rho_i) \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 + (1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 = \\ & = \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0, \end{aligned} \quad (4.5)$$

onde,

$$\rho_m = (1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p + (\sum_0^n f_i \cdot \rho_i), \quad (4.6)$$

é a reflectância média de toda a área interna da esfera (incluindo aberturas).

Do fluxo total, $\rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$ (Equação 4.5), refletido pela área total da esfera na 2ª reflexão, a quantidade $f_i \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$ incide em S_i ; a quantidade

$$(\sum_0^n f_i) \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0, \quad (4.7)$$

incide em $\sum_0^n S_i$;

$$(1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0, \quad (4.8)$$

incide na área restante da esfera ($S - \sum_0^n S_i$).

Do total de fluxo incidente nas áreas S_i ($i = 0 \dots n$), após a 2ª reflexão (Equação 4.7), é refletido uma quantidade

$$(\sum_0^n f_i \cdot \rho_i) \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 \quad (3^\circ \text{ reflexão}) \quad (4.9)$$

e, do total de fluxo incidente na parede da esfera (Equação 4.8), é refletido uma quantidade:

$$(1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 \quad (3^\circ \text{ reflexão}). \quad (4.10)$$

Portanto, o fluxo não absorvido por todo o interior da esfera na 3ª reflexão, é o determinado pela soma das Equações (4.9) e (4.10):

$$\begin{aligned} & (\sum_0^n f_i \cdot \rho_i) \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 + (1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 = \\ & = \left[(1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p + \sum_0^n f_i \cdot \rho_i \right] \cdot \rho_m \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0 = \\ & = \rho_m^2 \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Deste total, a quantidade $f_i \cdot \rho_m^2 \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$ incide na área S_i .

Similarmente, o fluxo não absorvido por todo o interior da esfera na 4ª reflexão, é $\rho_m^3 \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$ e, $f_i \cdot \rho_m^3 \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$, incide na área S_i . Na κ -ésima reflexão, o fluxo não absorvido por todo o interior da esfera é $\rho_m^{\kappa-1} \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$, e, $f_i \cdot \rho_m^{\kappa-1} \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0$, incide na área S_i . Assim, adicionando cada um dos fluxos incidentes na área S_i , desde a primeira reflexão até o infinito, temos:

$$\begin{aligned} \Phi_i &= f_i \cdot \Phi_0 \cdot \rho_0 + f_i \cdot \rho_m \cdot \Phi_0 \cdot \rho_0 + f_i \cdot \rho_m^2 \cdot \Phi_0 \cdot \rho_0 + \dots \\ \Phi_i &= f_i \cdot \Phi_0 \cdot \rho_0 (1 + \rho_m + \rho_m^2 + \dots). \end{aligned}$$

Como $0 < \rho_m < 1$, a série geométrica, entre parêntesis, é convergente. Sua soma é $(1 - \rho_m)^{-1}$. Assim,

$$\Phi_i = \frac{f_i \cdot \rho_0 \cdot \Phi_0}{1 - \rho_m}. \quad (4.12)$$

A fração, F_j , do fluxo inicial, Φ_0 , que incide em S_j é Φ_j / Φ_0 . Esta fração, denominada eficiência da esfera, é obtida diretamente de (4.12):

$$F_j = \frac{f_j \rho_0}{1 - \rho_m}. \quad (4.13)$$

Substituindo a Equação (4.6) em (4.13),

$$F_j = f_j \cdot \rho_0 \cdot \left[1 - (1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p - \sum_0^n f_i \cdot \rho_i \right]^{-1} \quad (4.14)$$

5. APLICAÇÕES DA TEORIA DA ESFERA INTEGRADORA

Há várias aplicações em diferentes configurações da esfera integradora, Budde [8, 1976] e Goebel [11, 1967]. Serão descritas aqui três aplicações detalhadas.

5.1 DETERMINAÇÃO DA REFLECTANCIA ABSOLUTA DA PAREDE DA ESFERA INTEGRADORA

Se a parede da esfera é irradiada diretamente, então $\rho_0 = \rho_p$ e, de acordo com a Equação (4.14),

$$F_j = f_j \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - \sum_0^n f_i) \cdot \rho_p - \sum_0^n f_i \cdot \rho_p \right]^{-1} \quad (5.1)$$

Esta equação permite determinar a reflectância absoluta da parede da esfera. A esfera é construída com uma janela de entrada, uma de saída e uma terceira, onde se instala uma amostra removível, com a mesma reflectância da parede. Fazendo o fluxo incidir na parede da esfera, mede-se o sinal produzido com a amostra instalada e, posteriormente, sem a amostra. Com estas duas medidas, determina-se a reflectância absoluta da parede da esfera, conforme se verifica através do seguinte desenvolvimento matemático:

Seja $f_1 = f_e = S_e/S$, a fração da área da janela de entrada, em relação à área total, S , da esfera; $f_2 = f_s = S_s/S$, a fração da área da janela de saída; $f_3 = f_a = S_a/S$, a fração da área da amostra; V , o sinal medido com a amostra instalada, correspondente a uma eficiência F_2 ; V' , o sinal medido com a amostra removida, correspondente a uma eficiência F_2' .

Quando a amostra está instalada, como sua reflectância é igual à da esfera, tudo se passa como se esta tivesse apenas uma janela de entrada e outra de saída ($n = 2$):

$$\rho_0 = \rho_p; \quad \rho_1 = \rho_e = 0; \quad \rho_2 = \rho_s = 0.$$

O primeiro somatório da Equação (5.1) é $f = f_e + f_s$. Por outro lado, como as janelas têm reflectância nula, o segundo somatório da Equação (5.1) será nulo. Assim, obtem-se o resultado:

$$F_2 = f \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f - f) \cdot \rho_p \right]^{-1}, \quad (5.2)$$

ou,

$$F_2 = f \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f) \cdot \rho_p \right]^{-1}. \quad (5.2a)$$

Quando a amostra é removida, a esfera passa a ter três janelas de reflectância nula

($n = 3, \rho_i = 0, i = 1 \dots n$). O primeiro somatório da Equação (5.1) é $f_e + f_s + f_a = f + f_a$. Como o segundo somatório é nulo, temos,

$$F_2' = f \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f - f - f) \cdot \rho_p \right]^{-1}, \quad (5.3)$$

ou,

$$F_2' = f \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f - f) \cdot \rho_p \right]^{-1}. \quad (5.3a)$$

O sinal medido é proporcional à eficiência da esfera, isto é, $V = K \cdot F_2$ e $V' = K \cdot F_2'$. Assim, $V/V' = F_2/F_2'$ e, dos resultados indicados nas Equações (5.2a) e (5.3a), vem:

$$\frac{V}{V'} = 1 + \frac{f_a \cdot \rho_p}{1 - (1 - f) \cdot \rho_p}.$$

Isolando ρ_p no lado esquerdo,

$$\rho_p = \frac{V - V'}{(1 - f) \cdot (V - V') + f_a \cdot V'}$$

ou,

$$\rho_p = \frac{1}{1 - f_e - f_s + f_a \cdot V' / (V - V')}. \quad (5.4)$$

O resultado encontrado demonstra que uma esfera integradora pode ser utilizada como padrão primário para a calibração de superfícies de referência, pois sua reflectância pode ser determinada independentemente de um padrão pre-estabelecido.

5.2 FLUXO INCIDENTE IRRADIANDO UMA AMOSTRA NUMA JANELA DA ESFERA INTEGRADORA

Uma vez determinada a reflectância de uma esfera integradora, pode-se determinar a reflectância de outras superfícies, como placas de referência.

Consideremos uma esfera com reflectância absoluta ρ_p , com uma janela de entrada, de área S_e ($f_e = S_e/S, \rho_e = 0$), uma de saída, de área S_s ($f_s = S_s/S, \rho_s = 0$), e uma terceira ($n = 3$), de área S_a ($f_a = S_a/S$), utilizada para amostras de reflectância desconhecida, ρ . Se a radiação incide na amostra, temos:

$$\rho_0 = \rho; \quad \rho_1 = \rho_e = 0; \quad \rho_2 = \rho_s = 0; \quad \rho_3 = \rho.$$

$$f_0 = f_a; \quad f_1 = f_e; \quad f_2 = f_s; \quad f_3 = f_a.$$

Portanto o primeiro somatório da Equação (4.14) é $f_e + f_s + 2 \cdot f_a$ e, o segundo somatório, $f_a \cdot \rho + f_a \cdot \rho = 2 \cdot f_a \cdot \rho$. A Equação (4.14) se reduz à forma:

$$F_2 = f_s \cdot \rho \cdot \left[1 - (1 - f_e - f_s - 2 \cdot f_a) \cdot \rho - 2 \cdot f_a \cdot \rho \right]^{-1} \quad (5.5)$$

Se for colocada uma amostra com a mesma reflectância da esfera ($\rho = \rho_p$), temos:

$$\rho_0 = \rho_p; \quad \rho_1 = \rho_e = 0; \quad \rho_2 = \rho_s = 0; \quad \rho_3 = \rho_p.$$

$$f_0 = f_a; \quad f_1 = f_e; \quad f_2 = f_s; \quad f_3 = f_a.$$

Portanto, o primeiro somatório da Equação (5.1) é $f_e + f_s + 2 \cdot f_a$, o segundo somatório é $f_a \cdot \rho_p + f_a \cdot \rho_p = 2 \cdot f_a \cdot \rho_p$ e a Equação (4.14) se reduz à forma:

$$F_2' = f_s \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f_e - f_s - 2 \cdot f_a) \cdot \rho_p - 2 \cdot f_a \cdot \rho_p \right]^{-1}$$

ou, simplificando,

$$F_2' = f_s \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f_e - f_s) \cdot \rho_p \right]^{-1} \quad (5.6)$$

Como já era de se esperar, este resultado é equivalente ao indicado na Equação (5.2). Calculando a relação, $V/V' = F_2/F_2'$, vem:

$$\frac{V}{V'} = \frac{F_2}{F_2'} = \frac{[1 - (1 - f_e - f_s) \cdot \rho_p] \cdot \rho}{[1 - (1 - f_e - f_s - 2 \cdot f_a) \cdot \rho_p - 2 \cdot f_a \cdot \rho] \cdot \rho_p}$$

Resolvendo em relação a ρ , vem:

$$\rho = \frac{1 - (1 - f_e - f_s - 2 \cdot f_a) \cdot \rho_p}{[1 - (1 - f_e - f_s) \cdot \rho_p] \cdot (V'/V) + 2 \cdot f_a \cdot \rho_p} \cdot \rho_p \quad (5.7)$$

Este desenvolvimento mostra como a reflectância $\rho_{0/d}$ de uma superfície qualquer pode ser determinada com o uso de uma esfera integradora.

5.3 PAREDE DA ESFERA INTEGRADORA DIRETAMENTE IRRADIADA E AMOSTRA DIFUSAMENTE IRRADIADA

Neste caso, como a parede da esfera é diretamente irradiada e, assumindo que o feixe incidente cubra uma área equivalente à área da amostra, temos:

$$\rho_0 = \rho_p; \quad \rho_1 = \rho_e = 0; \quad \rho_2 = \rho_s = 0; \quad \rho_3 = \rho.$$

$$f_0 = f_a; \quad f_1 = f_e; \quad f_2 = f_s; \quad f_3 = f_a.$$

Portanto, o primeiro somatório da Equação (4.14) é $f_e + f_s + 2 \cdot f_a$, o segundo somatório é $f_a \cdot \rho_p + f_a \cdot \rho$ e a Equação (4.14) se reduz à forma:

$$F_2 = f_s \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f_e - f_s - 2 \cdot f_a) \cdot \rho - f_a \cdot \rho - f_a \cdot \rho \right]^{-1}$$

ou, simplificando,

$$F_2 = f_s \cdot \rho_p \cdot \left[1 - (1 - f_e - f_s) \cdot \rho + f_a \cdot \rho - f_a \cdot \rho \right]^{-1} \quad (5.8)$$

Se for colocada uma amostra com a mesma reflectância da esfera, $\rho = \rho_p$, obtemos o mesmo resultado indicado na Equação (5.6). Assim, calculando a relação, $V/V' = F_2/F_2'$, vem:

$$\frac{V}{V'} = \frac{F_2}{F_2'} = \frac{1 - (1 - f_e - f_s) \cdot \rho_p}{1 - (1 - f_e - f_s) \cdot \rho_p + f_a \cdot \rho_p - f_a \cdot \rho}$$

Resolvendo em relação a ρ , vem:

$$\rho = \rho_p - \frac{1 - (1 - f_e - f_s) \cdot \rho_p}{f_a} \cdot \frac{V - V'}{V} \quad (5.9)$$

Este resultado é diferente do obtido na Seção 5.2 (indicado na Equação 5.7), pois as configurações são diferentes. Na Seção 5.2, a amostra é diretamente irradiada, obtendo-se $\rho_{0/d}$. Aqui ela é difusamente irradiada, obtendo-se $\rho_{d/d}$.

6. CONCLUSÕES

Devido às características não lambertianas das superfícies, nas medidas de reflectância é necessário especificar as geometrias de iluminação e observação.

Superfícies preparadas com óxido de magnésio ou sulfato de bário têm sido consideradas como padrões de reflectância, assumindo-se que suas características se assemelham à de um refletor difuso perfeito, isto é, assume-se que estas superfícies são lambertianas e refletem 100% do fluxo nelas incidentes. Pesquisas sobre o assunto mostraram que isto não é totalmente correto e, em 1959, a CIE passou a recomendar procedimentos de calibração das superfícies de referência.

O fator de reflectância de uma superfície, numa geometria de iluminação e observação, pode ser determinado multiplicando a relação entre o sinal por ela produzido num radiômetro e o sinal produzido, em iguais condições de iluminação e observação, por uma superfície de referência, pela reflectância ρ_0/d ou ρ_d/d da superfície de referência.

A teoria generalizada da esfera integradora, desenvolvida por Goebel a partir do trabalho de Taylor, mostra que uma esfera integradora se constitui num padrão primário de reflectância, através do qual pode-se determinar a reflectância absoluta, ρ_d/d ou ρ_0/d , de superfícies de referência. Desta forma, simplifica-se o procedimento de medida do fator de reflectância bidirecional de alvos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01 H. L. Tardy, Flat-sample and limited-field Effect in Integrating Sphere Measurements, *J. Opt. Soc. Am. A* 5, N.2, 241-245 (1988).
- 02 E. J. Milton, Principles of Field Spectroscopy, *Int. J. Remote Sensing* 8, N.12, 1807-1827 (1987).
- 03 M. J. Duggin and T. Quina, Ground Reflectance Measurement Techniques: A Comparison, *Appl. Opt.* 22, N.23, 3771-3777 (1983).
- 04 J. M. Palmer, Field Standards of Reflectance (Note on the use of a Kodak Neutral Test Card as a reference for reflectance measurements in remote sensing applications), *Photogramm. Eng. Remote Sensing* 48, N.10, 1623-1625 (1982).
- 05 V. R. Weidner and J. J. Hsia, Reflection Properties of Pressed Polytetrafluorethylene Powder, *J. Opt. Soc. Am.* 71, N.7, 856-861 (1981).
- 06 E. R. Young, K. C. Clark, R. B. Bennett, and T. L. Houk, Measurements and Parameterization of the Bidirectional Reflectance Factor of BaSO₄ Paint, *Appl. Opt.* 19, N.20, 3500-3505 (1980).
- 07 F. Grum and T. E. Wightman, Absolute Reflectance of Eastman White Reflectance Standard, *Appl. Opt.* 16, N.11, 2775-2776 (1977).
- 08 W. Budde, Calibration of Reflectance Standards, *J. Res. Natl. Bur. Stand.* 80A, N.4, 585-595 (1976).
- 09 R. W. Frei, Diffuse Reflectance Spectroscopy; Applications, Standards, and Calibration (With Special Reference to Chromatography), *J. Res. Bur. Stand.* 80A, N.4, 551-565 (1976).
- 10 F. Grum and G. W. Luckey, Optical Sphere Paint and Working Standard of Reflectance, *Appl. Opt.* 7, N.11, 2289-2294 (1968).
- 11 D. G. Goebel, Generalized Integrating-Sphere Theory, *Appl. Opt.* 6, N.1, 125-128 (1967).
- 12 D. G. Goebel, B. P. Caldwell, and H. K. Hammond, Use of an Auxiliary Sphere with a Spectroreflectometer to Obtain Absolute Reflectance, *J. Opt. Soc. Am.* 56, N.6, 783-788 (1966).
- 13 J. A. Van Den Akker, L. R. Dearth, and W. M. Shillcox, Evaluation of Absolute Reflectance for Standardization Purposes, *J. Opt. Soc. Am.* 56, N.2, 250-252 (1966).
- 14 J. A. Jacquez and H. F. Kuppenheim, Theory of the Integrating Sphere, *J. Opt. Soc. Am.* 45, N.6, 460-470 (1955).
- 15 P. Kubelka, New Contributions to the Optics of Intensely Light-Scattering Material, Part II, *J. Opt. Soc. Am.* 44, N.4, 330-335 (1954).
- 16 W. E. K. Middleton and C. L. Sanders, The Absolute Spectral Diffuse Reflectance of Magnesium Oxide, *J. Opt. Soc. Am.* 41, N.6, 419-424 (1951).
- 17 P. Kubelka, New Contributions to the Optics of Intensely Light-Scattering Material, Part I, *J. Opt. Soc. Am.* 38, N.5, 448-457 (1948).
- 18 J. S. Preston, The Reflection Factor of Magnesium Oxide, *Trans. Opt. Soc. (London)* 31, N.15 (1930).
- 19 A. H. Taylor, The Measurement of Diffuse Reflection Factor and a New Absolute Reflectometer, *J. Opt. Soc. Am.* 4, N.1, 9-23 (1920).
- 20 A. H. Taylor, A Simple Portable Instrument for the Absolute Measurement of Reflection and Transmission Factors, *Bureau of Standards Scientific Paper* N.391 (1920).