

TÉCNICAS DE REGISTRO DE IMAGENS POR TESTES SEQUENCIAIS
DE HIPÓTESES SOBRE A VARIÂNCIA

N. D. A. Mascarenhas e J. A. G. Pereira

Instituto de Pesquisas Espaciais

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

Caixa Postal 515, 12200 - São José dos Campos, SP, Brasil

RESUMO

Os principais métodos até agora propostos para o registro translacional de imagens são baseados na técnica de correlação ou em esquemas do tipo SSDA ("Sequential Similarity Detection Algorithm"), onde o erro acumulado entre as duas imagens a serem registradas é comparado com uma sequência de limiares que permite abreviar o número de passos necessários para a rejeição de uma posição candidata. Neste artigo é proposto um novo método de registro formalizado pela teoria de testes sequenciais de hipóteses. As imagens são modeladas por distribuições gaussianas, e a posição de registro é caracterizada por uma baixa variância do erro. Resultados experimentais são apresentados, envolvendo o registro de uma imagem LANDSAT com suas versões ruidosas sob várias relações sinal-ruído, bem como o registro de diferentes canais dessa imagem multiespectral. Um registro preciso foi obtido na grande maioria dos casos, mesmo em baixas relações sinal-ruído, exigindo um esforço computacional relativamente modesto.

ABSTRACT

The main proposed methods for translational image registration are based either on correlation techniques or on schemes like the SSDA ("Sequential Similarity Detection Algorithm"), where the accumulated error between the images to be registered is compared with a sequence of thresholds, permitting the reduction of the number of steps required for the rejection of a candidate position. In this work, a new method of registration is proposed, formalized by the sequential hypothesis testing theory. The images are modeled by normal distributions and the registration position is characterized by a low error variance. Experimental results that involve registration of a LANDSAT image with its noisy versions with different signal-to-noise ratios are presented, as well as the registration of different channels of this same multiespectral image. Precise registration was obtained in the vast majority of cases, even with low signal-to-noise ratios requiring a relatively modest computational effort.

1. INTRODUÇÃO

O problema de emparelhamento de duas imagens de uma mesma cena, obtidas de diferentes sensores em diferentes condições de visibilidade e comprimentos de onda, é um problema constante em processamento de imagens, reconhecimento de padrões e áreas afins. As cenas são em geral tão drasticamente mudadas pelas diferentes geometrias, características de sensores, etc., que se torna extremamente difícil, senão impossível, emparelhar estas imagens sem um processamento apropriado.

A maneira geral de emparelhar as cenas envolve a localização de regiões correspondentes nas imagens; caso várias regiões correspondentes possam ser localizadas, correções geométricas e radiométricas podem ser feitas em preparação ao emparelhamento.

O processo mais comum para realizar esta tarefa é a correlação cruzada de resultados extremamente precisos, porém computacionalmente custosa, mesmo com o emprego de técnicas como as Transformadas Rápidas de Fourier (Svedlow et alii, 1978).

A mais séria concorrente da correlação cruzada é uma classe de algoritmos conhecidos como SSDA's (Algoritmos de Detecção Sequencial de Similaridade) (Barnea and Silverman, 1972; Wong and Hall, 1978), de grande eficiência computacional, embora existam dificuldades teóricas na determinação dos parâmetros de teste. Neste trabalho é proposta uma nova técnica, baseada em idéias de teste sequencial de hipóteses, que resolve parte dos problemas de determinação teórica dos parâmetros de teste, e permite inclusive o registro em casos de baixa relação sinal-ruído.

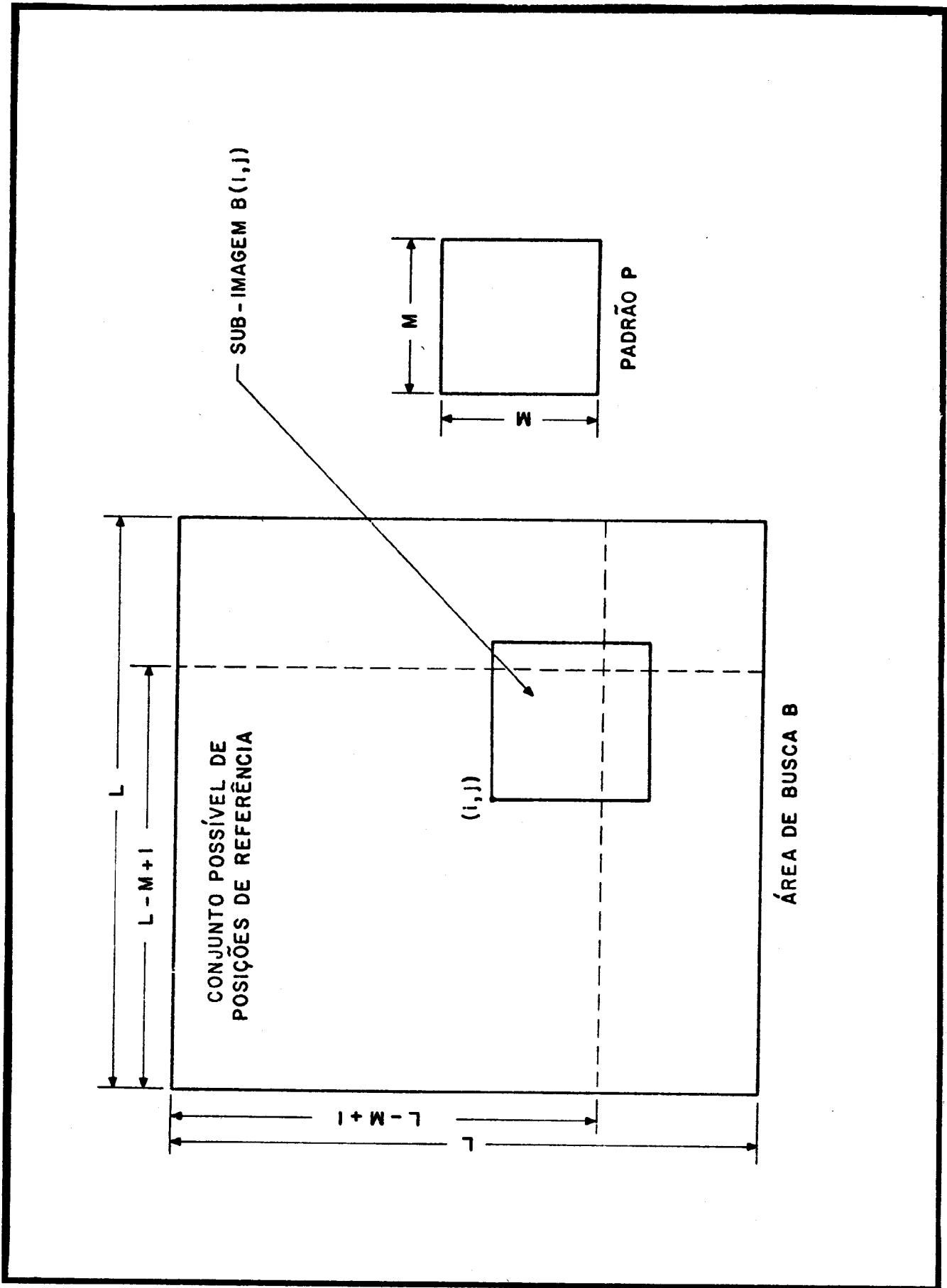


Fig. 1 - Espaço de Busca.

2. REGISTRO TRANSLACIONAL

O problema de emparelhamento de pequenas regiões correspondentes de duas cenas é normalmente encarado apenas em seu aspecto translacional, baseado na hipótese de que para pequenas regiões os demais defeitos de rotação, escala, etc., são negligenciáveis em primeira aproximação.

O problema de registro translacional pode ser definido como se segue.

Sejam duas imagens, B a área de busca, e P a janela, ou padrão, definidas como na Figura 1.

B é tomado como uma matriz $L \times L$ de elementos digitais de imagem ("pixels"), que podem assumir qualquer um dos K níveis de cinza, ou seja:

$$0 \leq B(i,j) \leq K-1, \\ 1 \leq i,j \leq L.$$

P é tomado como uma matriz $M \times M$, $M < L$ ("pixels"), tendo o mesmo domínio de níveis de cinza, isto é:

$$0 \leq P(l,m) \leq K-1, \\ 1 \leq l,m \leq M.$$

É conveniente introduzir uma notação para as subimagens, $M \times M$, inteiramente contidas em B (Barnea and Silverman, 1972), como abaixo:

$$S_M^{i,j}(l,m) \equiv S(i+l-1, j+m-1), \\ \left\{ \begin{array}{l} 1 \leq l,m \leq M, \\ 1 \leq i,j \leq L-M+1. \end{array} \right.$$

Desta maneira cada subimagem $M \times M$ é definida univocamente pelo fornecimento das coordenadas de seu canto superior esquerdo (i,j) , que serão usadas para definir as *Posições de Referência* delas.

Supõe-se também que se tem suficiente informação externa para garantir que, no registro, uma subimagem completa está contida na área de busca B, mediante uma especificação conveniente de L e M, como na Figura 1.

O registro translacional é, portanto, uma busca sobre um conjunto conveniente de posições de referência, com vistas a encontrar um ponto (i^*, j^*) que especifica uma subimagem a mais semelhante possível, a uma dada janela P.

3. TESTES SEQUENCIAIS

Barnea and Silverman (1972) propuseram um teste do tipo sequencial, o SSDA, que pode ser sintetizado como a seguir.

Para cada posição de referência, é calculado o erro entre a subimagem e a janela padrão, ponto a ponto, e este erro é acumulado e comparado com um limiar, conforme a Figura 2.

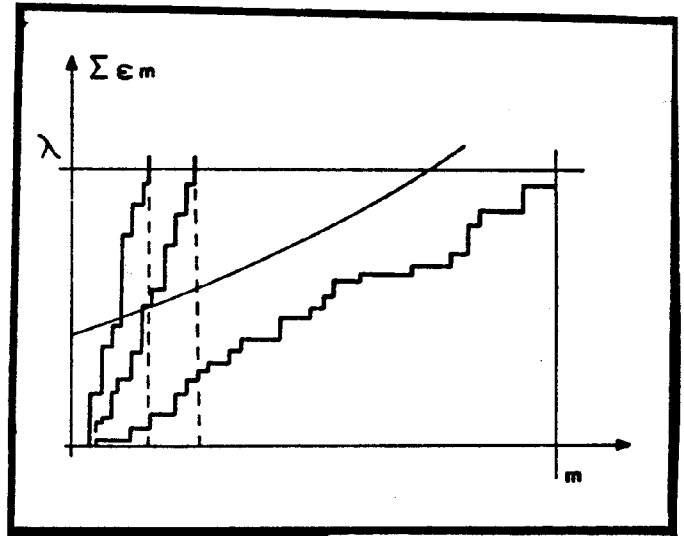


Fig. 2 - Esquema do SSDA.

Cada vez que o erro acumulado excede o limiar λ , a respectiva posição de referência é rejeitada como provável posição de registro, e passa-se a uma nova posição de referência. Esgotadas todas as posições de referência, o candidato ao registro é escolhido como o que levou o maior número de testes para exceder o limiar ou, no caso em que mais de uma posição de referência não teve seu erro acumulado, excedendo o limiar até esgotar os pontos da janela, é escolhida a posição de referência com o menor erro acumulado.

Este método, como já foi mencionado, tem o inconveniente de apresentar dificuldades no estabelecimento do limiar teórico de rejeição.

Em 1942, Wald apresentou um esquema sequencial para controle de qualidade, formalizado em livro (Wald, 1947), o qual pode ser resumidamente apresentada da seguinte maneira:

Seja $f(x, \theta)$ a densidade de probabilidade da variável aleatória, e θ um parâmetro da distribuição que se quer estimar.

Seja H_0 a hipótese de que $\theta = \theta_0$ e H_1 a hipótese de que $\theta = \theta_1$, caso em que a distribuição será $f(x, \theta_0)$, se H_0 for verdadeira, e $f(x, \theta_1)$, se H_1 for verdadeira. Sejam também x_1, x_2, \dots, x_n sucessivas observações de x .

Para qualquer inteiro positivo n , quando H_1 for verdadeira, a densidade de probabilidade da sequência de amostras acima definida será:

$$p_{1n} = f(x_1, \theta_1) f(x_2, \theta_1) \dots f(x_n, \theta_1)$$

e, analogamente, quando H_0 for verdadeira,

$$p_{0n} = f(x_1, \theta_0) f(x_2, \theta_0) \dots f(x_n, \theta_0)$$

Pode-se definir a razão de probabilidades, para testar sequencialmente H_0 contra H_1 , da seguinte maneira:

Definem-se duas constantes A e B ($B < A$). A cada etapa do experimento m, a razão p_{1n}/p_{0n} é calculada. Se

$$BC \frac{p_{1n}}{p_{0n}} < A$$

o procedimento continua com uma observação adicional. Se

$$\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \geq A$$

o processo termina com rejeição de H_0 , e se

$$\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \leq B$$

o processo termina com a aceitação de H_0 .

Para efeitos computacionais, é interessante calcular o logaritmo das desigualdades acima, o que facilita o cálculo da razão p_{1n}/p_{0n} .

O processo é apresentado resumidamente na Figura 3.

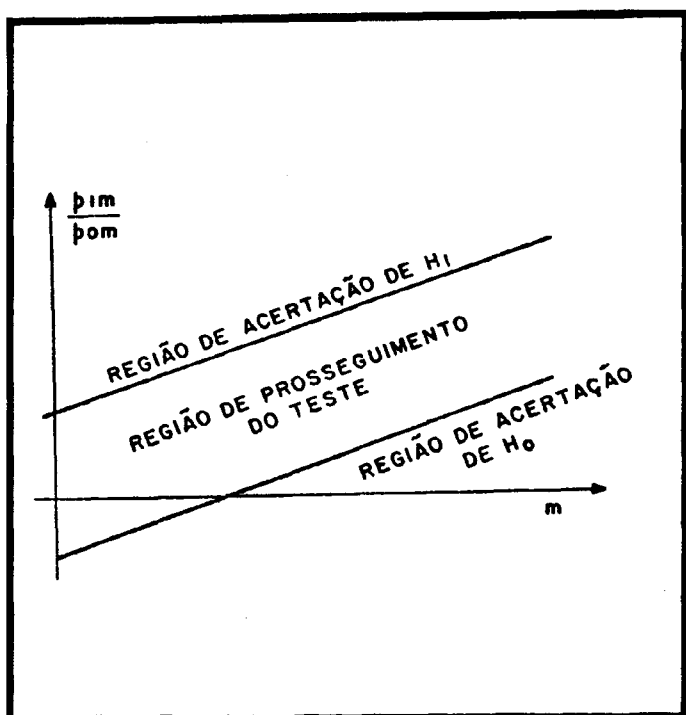


Fig. 3 - Regiões de decisão no teste sequencial.

As constantes A e B são escolhidas de tal forma que as probabilidades de erro α e β ($\alpha \equiv$ probabilidade de rejeitar H_0 , quando esta hipótese é verdadeira, e $\beta \equiv$ probabilidade de acertar H_0 , quando esta é falsa) sejam especificadas. Pode ser mostrado que são válidas as seguintes relações (Wald, 1947):

$$A = \frac{1 - \beta}{\alpha}$$

$$B = \frac{\beta}{1 - \alpha}$$

4. REGISTRO DE IMAGENS USANDO O MODELO GAUSSIANO

ANO

Se se tenta registrar dois pequenos segmentos de imagem, com pequenas variações de escala e orientação, pode-se imaginar que a situação possa ser simulada, como se faz neste trabalho, pela adição de duas seqüências de ruído gaussiano branco, de média zero, independentes das imagens a que são adicionados e independentes entre si. Ainda mais, pode-se supor que as duas imagens serão distribuídas normalmente. Além da evidente tratabilidade matemática, esta hipótese tem recebido considerável suporte da literatura de sensoriamento remoto, em particular envolvendo imagens LANDSAT. Destas hipóteses, segue-se que a imagem ruidosa será também gaussiana, com média igual à média da imagem original e com variância dada pela soma das variâncias da imagem e do ruído, isto é:

$$V_I = V_S + V_N,$$

onde

$V_S \equiv$ variância da imagem e

$V_N \equiv$ variância do ruído.

A idéia proposta é testar a variância da diferença entre as duas imagens para cada posição de referência, que é dada por:

$$V_D^{i,j} = V_{I_1} + V_{I_2} = 2V_S + V_{N_1} + V_{N_2}$$

fora do registro, e

$$\hat{V}_D^{i,j} = V_{N_1} + V_{N_2}$$

no registro; já que se supõe que a cena original é a mesma, e que apenas os ruídos associados seriam não-correlacionados, e, em geral, com variâncias diferentes.

Um teste sequencial da razão de probabilidade, com probabilidades de erro α e β , pode ser realizado, para testar a hipótese de que $\sigma = \sigma_0$, contra a alternativa $\sigma = \sigma_1$.

Sejam x_1, x_2, \dots, x_n sucessivas observações de x , que representa a diferença entre dois "pixels" nas duas imagens. A densidade de probabilidade conjunta das amostras (x_1, \dots, x_n) , é dada por:

$$f_n = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

A independência das amostras, implícita na equação acima, é garantida por uma escolha aleatória dos sucessivos "pixels" na janela.

A razão de probabilidades f_{1n}/f_{0n} é calculada a cada estágio do experimento, e as observações adicionais são feitas enquanto se satisfizer às seguintes inequações:

$$\frac{\beta}{1 - \alpha} < \frac{f_{1n}}{f_{0n}} < \frac{1 - \beta}{\alpha}$$

O teste termina com a aceitação de H_0 , se:

$$\frac{f_{1n}}{f_{0n}} \leq \frac{\beta}{1 - \alpha}$$

e com rejeição de H_0 , se

$$\frac{f_{1n}}{f_{0n}} \geq \frac{1 - \beta}{\alpha}$$

Definindo-se:

$$D = \frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}$$

e

$$S = \log \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2}$$

as desigualdades anteriores podem ser escritas como:

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 \leq \frac{2 \log \frac{\beta}{1 - \alpha} + nS}{D} = A_n$$

e

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 \geq \frac{2 \log \frac{1 - \beta}{\alpha} + nS}{D} = R_n$$

Uma representação gráfica das três zonas de teste é apresentada na Figura 4, onde:

$$h_0 = \frac{2 \log \frac{\beta}{1 - \alpha}}{D}$$

e

$$h_1 = \frac{2 \log \frac{1 - \beta}{\alpha}}{D}$$

e a inclinação das retas é dada por:

$$\frac{S}{D}$$

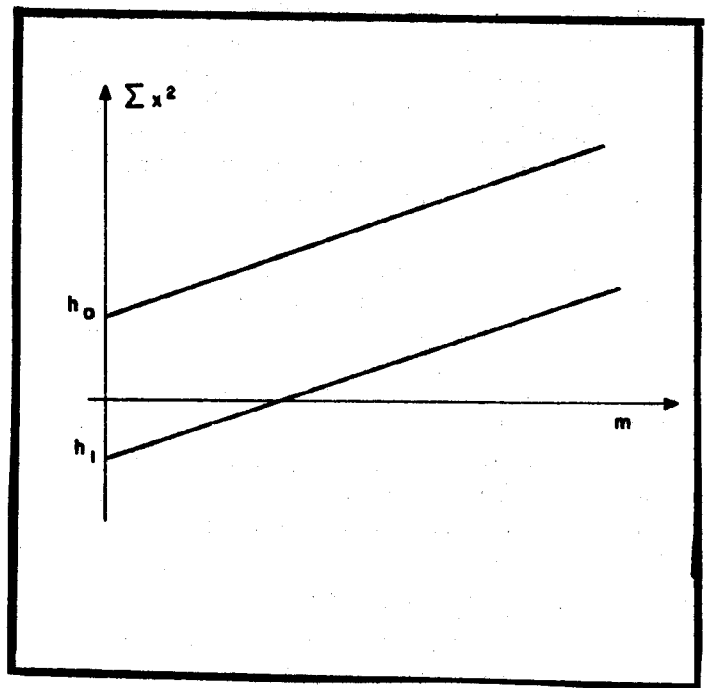


Fig. 4 - Implementação do algoritmo do teste Gaussiano.

Para implementação e teste do esquema apresentado na seção anterior, foi tomada uma imagem LANDSAT do Vale do Paraíba, no Estado de São Paulo (órbita 250, ponto 28), e um segmento de 512x512 "pixels" extraído desta imagem, e que constituiu a imagem de teste.

Sobre esta imagem original, duas famílias de imagens foram gravadas por adição de ruído gaussiano branco, de média nula, com relações sinal-ruído de 10:1, 5:1, 2:1 e 1:1,

sendo o ruído de uma família não-correlacionado com a outra.

A área de busca foi selecionada por um segmento de 80x80 "pixels", e a janela de tamanho 32x32 "pixels". Os tempos de processamento num Burroughs 6800 variaram entre 50 e 90 segundos.

Várias combinações de imagens de ambas as famílias foram testadas, bem como as de cada família foram registradas com a imagem original sem ruído. Os resultados podem ser vistos nas Tabelas 1 e 2, onde, no caso de mais de um ponto aceito, estes são descritos pelo número de "pixels" que os separam do registro verdadeiro. Na primeira tabela, a média (que foi subtraída da imagem) e a variância da imagem foram estimadas da área de busca. Na segunda, estes parâmetros foram estimados em toda a imagem. No segundo caso os testes sempre apresentaram um aumento substancial de pontos aceitos.

5. CONCLUSÕES

Pode-se observar que para RSR até 5:1 o ponto aceito com o menor número de testes é o ponto de registro verdadeiro. Em casos de maior ruído, os pontos aceitos estão em volta do verdadeiro ponto de registro, exceto um pequeno número deles. Uma média aritmética das coordenadas x e y sobre a maior região conectada sempre conduz ao registro verdadeiro, com erro sempre inferior a um "pixel".

Tentaram-se também registros entre os 4 canais de uma mesma imagem. Houve sucesso apenas entre os canais 4 e 5, e 6 e 7, o que pode ser explicado pelas distribuições das imagens: há muito maior similaridade entre os canais adjacentes.

Embora os testes apresentados sejam preliminares, é lícito concluir que o modelo apresentado é adequado para relações sinal-ruído moderadas.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARNEA, D.I.; SILVERMAN, H.F. A class of algorithms for fast digital image registration. *IEEE Transactions on Computers*, C21(2):179-186, Feb. 1972.
- SVEDLOW, M.; MCGILLEM, C.E.; ANUTA, P.E. Image registration: similarity measure and preprocessing method comparisons. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-14(1):141-150, Jan. 1978.
- WALD, A. *Sequential analysis*. New York, John Wiley, 1947.
- WONG, R.J.; HALL, E. Sequential hierarchical some matching techniques. *IEEE Transactions Pattern Analysis Machine Intelligence*, PAMI1(3):325-330, July, 1978.

TABELA 1

PONTOS ACEITOS COM UMA DAS IMAGENS ISENTA DE RUIDO E VARIÂNCIA
 MEDIDA NA ÁREA DE BUSCA - $\alpha = B = 10^{-5}$

R S R	ACEITOS		NÃO DECIDIDOS
10:1	0	0	
10:1	0	0	
5:1	0 + 2 + 1 - 1	0 - 1 0 - 1	
5:1	0 - 1 - 1	0 - 1 0	
2:1	+ 2 - 1 0 0 + 7 - 3 - 1 + 1 0 + 1 + 1 - 1	- 2 - 1 0 - 1 + 8 - 1 0 0 - 4 + 1 + 2 - 2	
2:1	0 - 1 0 + 1 + 1 0	0 0 - 1 + 1 0 + 1	

Tabela 1 - Conclusão

R S R	ACEITOS		NÃO DECIDIDOS	
1:1	- 1	- 1	+ 1	+ 2
	- 18	+ 11	- 1	+ 1
	0	- 1		
	+ 1	- 1		
	0	0		
	- 2	0		
	- 1	0		
	+ 1	0		
	+ 1	+ 1		
	0	+ 1		
	0	- 2		
	- 1	- 2		
	- 2	- 1		
1:1	- 1	- 1	+ 15	- 12
	0	- 1	+ 14	- 13
	0	0	- 1	+ 1
	- 2	- 1	0	- 2
	- 1	0		
	0	+ 1		
	+ 1	+ 1		
	+ 1	0		
	- 2	- 2		

TABELA 2

PONTOS ACEITOS COM DUAS IMAGENS COM RUÍDOS NÃO-CORRELACIONADOS E
VARIÂNCIA MEDIDA NA IMAGEM GLOBAL $\alpha = \beta = 10^{-5}$

R S R	ACEITOS	NÃO DECIDIDOS
10:1, 10:1	+ 1 + 16 0 0 + 2 + 1 + 1 0 - 1 0 + 2 + 3 0 - 1 0 - 6 0 - 2 + 1 - 2 + 1 - 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 2 - 2	

