

Análise do efeito da rotação do plano de polarização em imagens SAR

Sidnei João Siqueira Sant'Anna^{1,2}
José Carlos da Silva Lacava²
David Fernandes²

¹Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE
Caixa Postal 515 - 12245-970 - São José dos Campos - SP, Brasil
sidnei@dpi.inpe.br

²Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50 - CEP 12228-900 - São José dos Campos - SP, Brasil
{lacava, david}@ita.br

Abstract. In microwave remote sensing, images acquired by an orbital SAR can present a specific problem due to the Faraday rotation of the radio waves passing through the ionosphere. Namely, a linearly polarized wave has its plane of polarization rotated as it propagates through the ionosphere. The rotation angle can affect the SAR data leading to the erroneous interpretation of affected data. The magnitude of this effect depends on the radio frequency and the path of wave propagation, among other factors. This work addresses the problem of the wave plane of polarization rotation. The analysis is carried out by imposing several rotation angles to a polarimetric SAR synthesized image. It is shown that the amplitude data and the polarimetric response are influenced by the rotation angle. It shows that the interpretation and use of the polarimetric response can be done with extreme care.

Palavras-chave: polarimetric response, rotation wave plane, resposta polarimétrica, plano de rotação.

1. Introdução

O sensoriamento remoto de alvos na superfície terrestre, na faixa de microondas, ganhou grande impulso com o desenvolvimento e uso dos radares de abertura sintética polarimétricos (PolSAR - *Polarimetric Synthetic Aperture Radar*). Com as imagens polarimétricas crescem as possibilidades de extração de mais informação relativa aos parâmetros geofísicos dos alvos naturais devido à diversidade de polarização presente em um PolSAR. Por conseguinte, com dados polarimétricos aumenta-se também a capacidade discriminatória dos alvos na superfície terrestre quando comparados àqueles dados de radares que operam com uma única polarização. Além disso, com o advento dos radares polarimétricos intensificaram-se os estudos, por parte da comunidade científica, no que tange a caracterização eletromagnética de alvos naturais ou não.

A matriz de espalhamento de um dado objeto e a seção transversal radar são parâmetros, dentre outros, que têm sido utilizados neste tipo de caracterização de alvos (Sant'Anna, et al., 2007a e 2007b). Da mesma forma, vários atributos têm sido propostos para auxiliar a interpretação e a classificação de dados SAR polarimétricos. Dentre estes atributos pode-se citar, a entropia, a anisotropia e o ângulo α derivados da decomposição da matriz de coerência dos alvos (Cloude e Pottier, 1996) e a resposta polarimétrica (van Zyl et al., 1987). Yamada e Hoshi (2001) introduziram a informação de forma de polarização extraída do diagrama da resposta polarimétrica. A medida de forma é descrita pela posição onde o valor de espalhamento é máximo para a polarização linear no sistema de coordenadas dos ângulos de orientação (ψ) e elipsidade (χ).

No entanto, todos estes parâmetros/atributos foram derivados considerando-se que o meio no qual se encontram o sensor SAR e o alvo imageado, não influi de maneira significativa nas ondas eletromagnética emitida e recebida pelo sensor. Contudo, se este meio for eletricamente ativo, como é o caso da ionosfera, as ondas eletromagnéticas que nele se propagam podem sofrer algumas perturbações. A dispersão, a rotação do plano de polarização, o atraso da velocidade de grupo, a refração e a cintilação são exemplos de efeitos que podem modificar a onda eletromagnética.

Neste contexto se insere este trabalho, que objetiva analisar o efeito da rotação do plano de polarização, na amplitude média dos dados SAR e na resposta polarimétrica de alvos, extraídas de

imagens SAR polarimétricas simuladas. Inicialmente, na Seção 2 é descrita, de forma sucinta, a técnica utilizada para a simulação destas imagens. Na Seção 3 defini-se a resposta polarimétrica e em seguida, na Seção 4, é apresentada a modelagem adotada para a rotação do plano de polarização dos dados SAR. A análise dos resultados é apresentada na Seção 5 e finalmente são expostas as conclusões a cerca do problema analisado.

2. Simulação dos Dados SAR

A técnica de simulação de dados SAR polarimétricos, utilizada neste trabalho, é baseada na metodologia desenvolvida em Sant'Anna et al., 2008. Nesta metodologia ondas planas elipticamente polarizadas são usadas para excitar estruturas com múltiplas camadas e os campos eletromagnéticos distantes por ela espalhados são calculados aplicando-se a técnica de onda completa no domínio espectral, o método dos momentos (MoM) e o método da fase estacionária.

A estrutura multicamada usada na simulação das imagens SAR é composta por três camadas isotrópicas, lineares e homogêneas, como mostrada na Figura 2a. Todas as camadas da estrutura são consideradas ilimitadas nas direções de x e y . A camada inferior ocupa a região negativa de z , tem permissividade elétrica relativa $\epsilon_{rg} = 5,0$, tangente de perdas $\tan\delta_g = 2,0 \times 10^{-1}$ e é denominada de camada *ground*. A camada intermediária é caracterizada por uma espessura $h = 527,63$ mm, uma permissividade elétrica relativa $\epsilon_r = 2,33$ e uma tangente de perdas $\tan\delta = 1,2 \times 10^{-4}$. Um dipolo elétrico retangular, medindo 50 mm \times 1 mm, é impresso na interface (plano $z = h$) entre as camadas superior (espaço livre) e intermediária. O dipolo, de espessura infinitesimal, atuará como elemento espalhador.

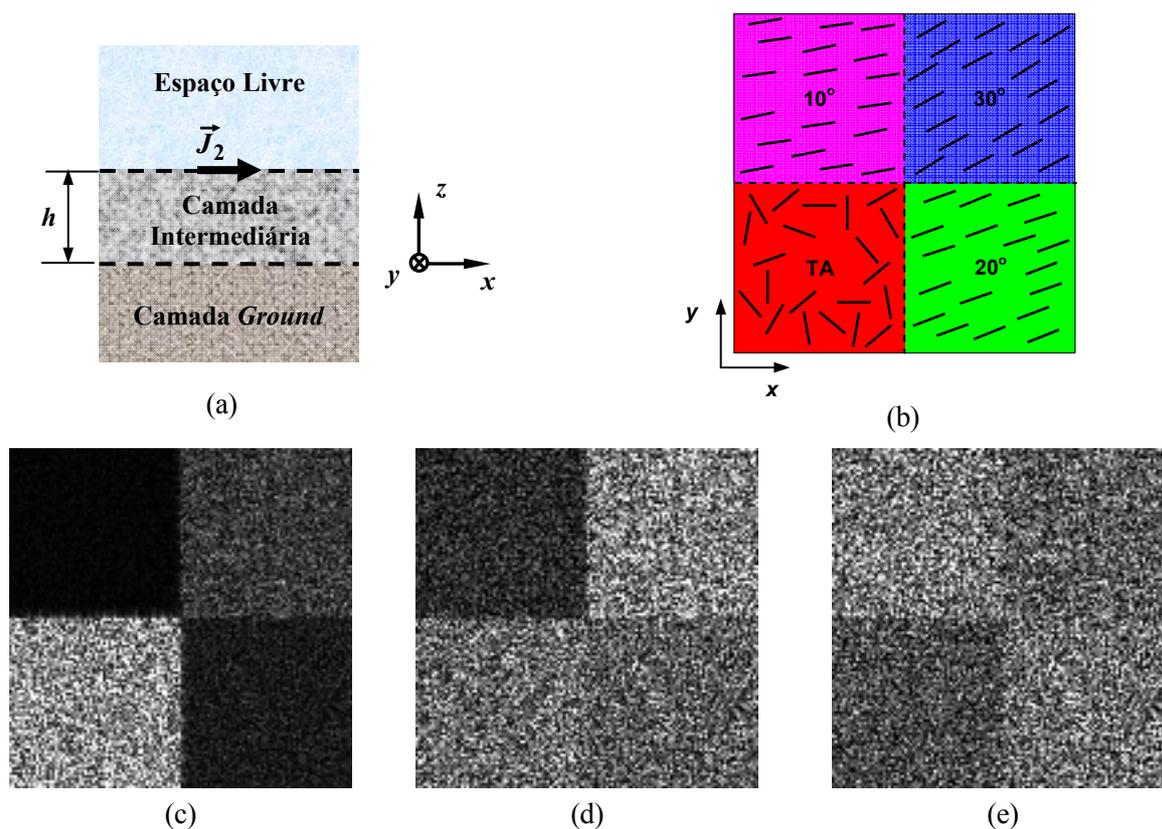


Figura 2. Imagem polarimétrica simulada: (a) vista lateral da estrutura multicamadas, (b) imagem de classes, (c) amplitude HH, (d) amplitude HV e (e) amplitude VV.

Na simulação, um grande número de dipolos é distribuído no plano x - y em $z = h$, de tal forma que é garantido existir no mínimo 30 elementos espalhadores em cada célula de resolução do SAR. As imagens SAR simuladas representam as adquiridas por um sensor mono-estático se deslocando a uma altitude de 6000 m (aerotransportado) operando em banda L (1,25 GHz), imageando uma área no

terreno de 290 m × 290 m com um ângulo rasante (*grazing*) de 35°, com 3 m de resolução espacial nas direções de alcance e azimute e espaçamento entre de *pixels* 2,8 m nas mesmas direções.

As imagens simuladas são baseadas em uma imagem idealizada (Figura 2b), a qual contém quatro classes distintas. A orientação local dos dipolos é usada como o principal atributo diferenciador entre as regiões. As regiões são rotuladas pelas letras A, B, C e D e são representadas respectivamente pelas cores magenta, azul, verde e vermelha. Os dipolos são orientados preferencialmente a 10°, 30° e 20°, respectivamente, nas regiões A, B e C, enquanto na região D os dipolos têm orientação totalmente aleatória (TA). A orientação dos dipolos é referente à direção de azimute e a origem do sistema de coordenadas está localizada no centro da imagem. As imagens em amplitude dos canais HH, HV e VV são mostradas nas Figuras 2c e 2e, e o canal VH não é apresentado uma vez que é igual ao canal HV devido à reciprocidade.

3. Resposta Polarimétrica

A seção transversal radar (*Radar Cross Section – RCS*) é uma medida utilizada para caracterizar as propriedades de espalhamento de um alvo e possui unidade de área. De acordo com IEEE (1993), a *RCS* de um objeto é definida como a porção da seção transversal de espalhamento do alvo correspondente a uma componente de polarização específica da onda espalhada pelo objeto. A *RCS* de um alvo é função da polarização da onda eletromagnética incidente, do ângulo de incidência, do ângulo de observação, da geometria e das propriedades elétricas do alvo e da frequência de operação. A *RCS* também pode ser representada graficamente em função dos ângulos de elipsidade (χ) e de orientação (ψ) da onda eletromagnética transmitida. De acordo com van Zyl (1989), esta representação é denominada de resposta polarimétrica, podendo ser apresentada em co-polarização ou em polarização cruzada. No primeiro caso as antenas transmissora e receptora possuem a mesma polarização e no segundo caso possuem polarizações ortogonais. A resposta polarimétrica pode ser expressa matematicamente por:

$$RP(\chi_r, \psi_r, \chi_t, \psi_t) = \vec{S}_r^T \cdot [K] \vec{S}_t \quad (1)$$

onde \cdot representa o produto escalar, \vec{S}_n é o vetor de Stokes de transmissão ($n = t$) ou de recepção ($n = r$) e $[K]$ é a matriz de Kennaugh. O vetor de Stokes, representado em função dos ângulos de elipsidade e de orientação é escrito por $\vec{S}_n = [1 \ \cos(2\psi_n) \cos(2\chi_n) \ \sin(2\psi_n) \cos(2\chi_n) \ \sin(2\chi_n)]^T$, com $n = r$ ou t , e T significa a operação de transposição. A matriz de Kennaugh é expressa por $[K] = 2[A]^* ([S] \otimes [S]^*) [A]^{-1}$, onde \otimes representa o produto matricial de Kronecker, $[S]$ a matriz de espalhamento e $[A]$ é dada por:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix},$$

onde i é unidade imaginária. É importante ressaltar que, no cálculo da resposta polarimétrica em co-polarização faz-se $\chi = \chi_r = \chi_t$ e $\psi = \psi_r = \psi_t$ e em polarização cruzada faz-se $\chi = \chi_r = -\chi_t$ e $\psi = \psi_r = \psi_t + \pi/2$, portanto em ambos casos $RP(\chi_r, \psi_r, \chi_t, \psi_t) = RP(\chi, \psi)$.

4. Rotação do Plano de Polarização

Uma onda eletromagnética é dita ser linearmente polarizada quando o seu campo elétrico oscila sempre no mesmo plano que contém o vetor de propagação \mathbf{k} desta onda. A onda ao se propagar em meios eletricamente ativos, tais como um plasma magnetizado (Bittencourt, 2004) ou um meio quiral (Lumini, 2000), pode ter seu plano de polarização rotacionado. No caso do meio ser um plasma (caso da ionosfera) este efeito de rotação do plano de polarização da onda eletromagnética é conhecido como rotação Faraday. A rotação é dependente do trajeto percorrido no meio pela onda

eletromagnética, das propriedades físicas do meio e da frequência da onda. Na Figura 1 é ilustrada de maneira simplificada a rotação do plano de polarização (desenhado na cor cinza) de uma onda linearmente polarizada na direção de u que se propaga na direção do vetor k . Esta onda, ao atravessar um meio eletricamente ativo, tem seu plano de polarização rotacionado de Δ , porém mantém-se linearmente polarizada só que na direção $[R]u$, onde $[R]$ é a matriz unitária de rotação.

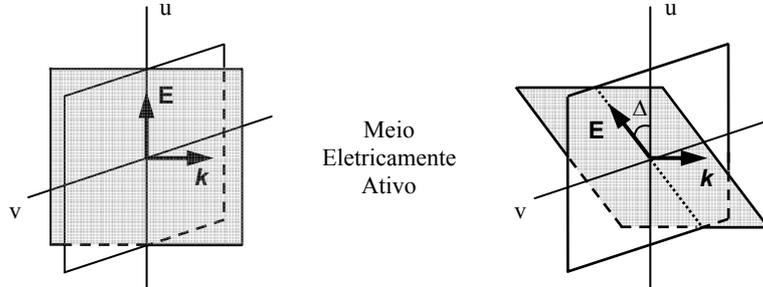


Figura 1. Ilustração da rotação do plano de polarização.

O efeito da rotação do plano de polarização é modelado através da multiplicação da matriz de espalhamento $[S]$ do alvo pela matriz $[R]$ de rotação. Considere agora o imageamento SAR de um dado alvo realizado na presença deste fenômeno de rotação. Neste caso, a matriz de espalhamento $[M]$ do alvo observada por um SAR polarimétrico operando nas polarizações lineares vertical e horizontal, é descrita por:

$$\begin{bmatrix} M_{hh} & M_{vh} \\ M_{hv} & M_{vv} \end{bmatrix} = [R_1][S][R_2] = \begin{bmatrix} \cos\Delta_1 & \sin\Delta_1 \\ -\sin\Delta_1 & \cos\Delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{vh} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Delta_2 & \sin\Delta_2 \\ -\sin\Delta_2 & \cos\Delta_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Na Equação (2) a matriz $[S]$ é multiplicada pelas matrizes $[R_1]$ e $[R_2]$, representando a rotação do plano de polarização da onda nos trajetos sensor-alvo (rotação de Δ_1) e alvo-sensor (rotação de Δ_2). Admitindo-se que as rotações nos dois trajetos possuem o mesmo sentido e, além disso, são iguais ($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$), então as componentes da matriz $[M]$ são escritas por:

$$M_{hh} = S_{hh} \cos^2 \Delta - S_{vv} \sin^2 \Delta + (S_{hv} - S_{vh}) \sin \Delta \cos \Delta \quad (3)$$

$$M_{vh} = S_{vh} \cos^2 \Delta + S_{hv} \sin^2 \Delta + (S_{hh} + S_{vv}) \sin \Delta \cos \Delta \quad (4)$$

$$M_{hv} = S_{hv} \cos^2 \Delta + S_{vh} \sin^2 \Delta - (S_{hh} + S_{vv}) \sin \Delta \cos \Delta \quad (5)$$

$$M_{vv} = S_{vv} \cos^2 \Delta - S_{hh} \sin^2 \Delta + (S_{hv} - S_{vh}) \sin \Delta \cos \Delta \quad (6)$$

Neste caso, o modelo de rotação é o mesmo empregado por Freeman e Saatchi, (2004) na descrição da rotação Faraday em dados SAR devido à influência da ionosfera. Note que se o alvo imageado é recíproco (isto é, $S_{hv} = S_{vh}$), a matriz de espalhamento medida somente será recíproca quando $\Delta = \pm m \pi/2$, para $m = 0, 1, 2, \dots$, acarretando em $M_{hv} = M_{vh}$. As Equações (3)-(6) serão aplicadas à imagem SAR simulada (Seção 2), onde a matriz $[S]$ é conhecida *pixel a pixel*, para gerar novas imagens que contenham o efeito da rotação.

5. Análise das imagens SAR

Na análise do efeito da rotação do plano de polarização nas imagens SAR polarimétricas variou-se o ângulo de rotação Δ de -180° até 180° em passos de 1° , ou seja, foram gerados 360 novos conjuntos de imagens polarimétricas a partir das Equações (3)-(6). Inicialmente, calculou-se a amplitude média de cada uma das quatro regiões da imagem, antes e após a rotação. Gráficos da variação da amplitude média em função do ângulo de rotação são mostrados na Figura 3, para as quatro regiões da imagem SAR. Nestes gráficos as amplitudes dos canais HH, HV, VH e VV são traçados, respectivamente, em linhas traço-pontilhada, contínua, tracejada e pontilhada. Desta figura

observa-se que as amplitudes médias das regiões A, B e C possuem comportamento similar em cada canal, somente diferenciadas pelo nível da amplitude. Fato este esperado, uma vez que as características eletromagnéticas destas regiões são equivalentes, pois os elementos espalhadores são iguais e estão orientados em uma direção preferencial. O mesmo não ocorre com a região D, onde os elementos espalhadores estão distribuídos aleatoriamente, o que lhe confere uma característica eletromagnética distinta das outras regiões.

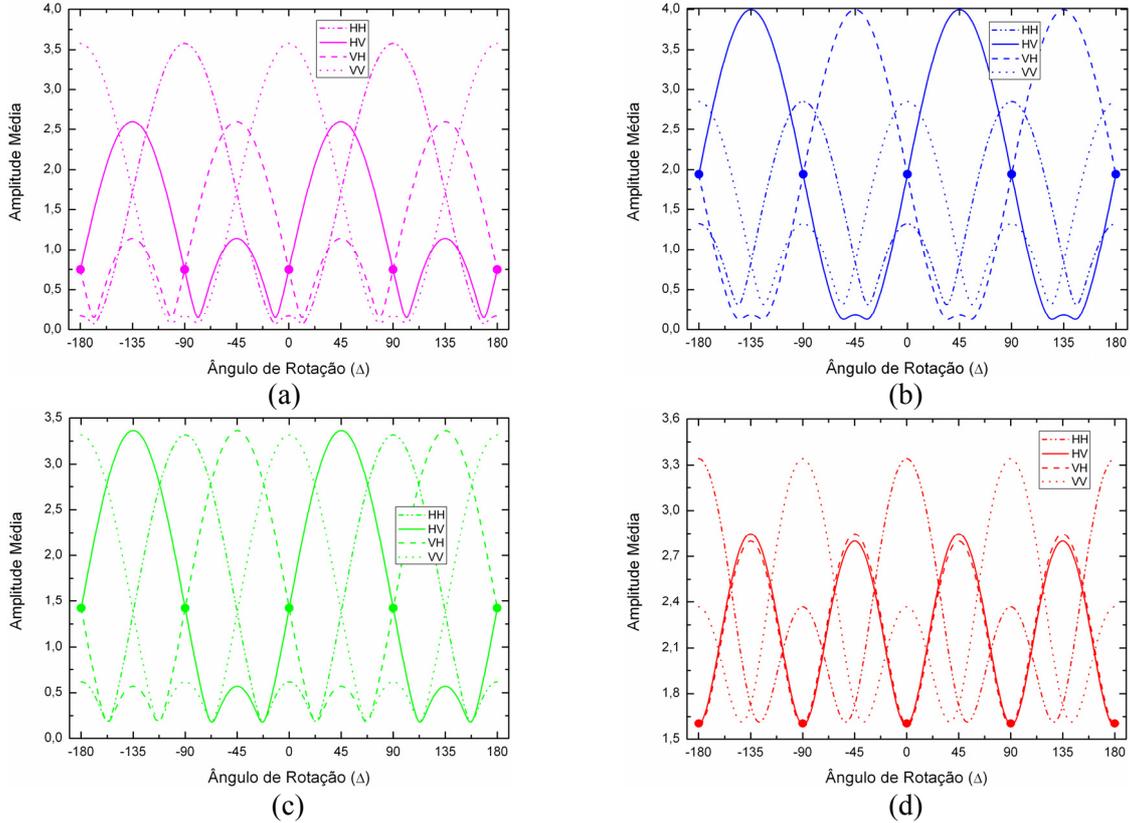


Figura 3. Amplitude média das regiões: (a) A, (b) B, (c) C e (d) D.

Das Equações (3)-(6) pode-se mostrar que a matriz de espalhamento observada $[M]$ será igual a matriz de espalhamento $[S]$ de um dado alvo quando as funções trigonométricas tiverem argumentos iguais a $\Delta = \pm m \pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). Portanto, para ângulos de rotação $\Delta = \pm m \pi$ as amplitudes médias em cada canal, e para qualquer alvo, devem ser as mesmas quando não há rotação. Esta afirmação pode ser verificada nos gráficos da Figura 3, sendo verdadeira para as quatro regiões da imagem SAR simulada. Por outro lado, pode-se constatar que a reciprocidade não é válida quando o meio introduz rotações diferentes de $\Delta = \pm m \pi/2$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). Os ângulos de rotação para os quais a reciprocidade é verificada podem, ainda, ser extraídos dos gráficos da Figura 3, buscando-se os pontos onde a linha contínua (canal HV) é igual a linha tracejada (canal VH). Estes ângulos ($\Delta = \pm m \pi/2$) estão marcados nos gráficos por um símbolo circular.

A análise das imagens SAR prossegue calculando-se a resposta polarimétrica para cada uma das quatro regiões da imagem. A influência do ângulo de rotação Δ neste tipo de atributo polarimétrico foi quantificada através de duas medidas de similaridade: o erro quadrático médio normalizado (NMSE) e a correlação (Cor). Estas medidas são definidas, respectivamente, por:

$$NMSE = \frac{\sum_{\chi=-\pi/4}^{\pi/4} \sum_{\psi=-\pi/2}^{\pi/2} [RP(\chi, \psi) - RP_{\Delta}(\chi, \psi)]^2}{\sum_{\chi=-\pi/4}^{\pi/4} \sum_{\psi=-\pi/2}^{\pi/2} [RP(\chi, \psi)]^2} \quad (7)$$

$$Cor = \frac{\sum_{\chi=-\pi/4}^{\pi/4} \sum_{\psi=-\pi/2}^{\pi/2} [RP(\chi, \psi) - RP_{\Delta}(\chi, \psi)]}{\sqrt{\sum_{\chi=-\pi/4}^{\pi/4} \sum_{\psi=-\pi/2}^{\pi/2} |RP(\chi, \psi)|^2} \sqrt{\sum_{\chi=-\pi/4}^{\pi/4} \sum_{\psi=-\pi/2}^{\pi/2} |RP_{\Delta}(\chi, \psi)|^2}} \quad (8)$$

onde χ é o ângulo de elipsidade, ψ é o ângulo de orientação, ambos relativos à elipse de polarização da onda eletromagnética, $RP(\chi, \psi)$ é a resposta polarimétrica para um imageamento sem o efeito da rotação e $RP_{\Delta}(\chi, \psi)$ é a resposta polarimétrica num imageamento onde o meio impinge uma rotação Δ .

A medida do *NMSE* é diretamente proporcional a diferença entre a resposta polarimétrica de um alvo sob ou não o efeito da rotação, ou seja, quanto maior for o *NMSE* maior será a diferença entre as duas respostas polarimétricas. Portanto, quanto maior o valor do *NMSE* tanto maior será a influência do ângulo de rotação na resposta polarimétrica. A medida de correlação entre duas respostas polarimétricas quantifica a diferença entre elas de maneira inversamente proporcional, assim quanto maior o valor da correlação menor será a influência do ângulo de rotação.

Na tentativa de unificar as duas medidas de similaridade em um único critério de similaridade e que levasse em consideração o *NMSE* e a correlação concomitantemente, utilizou-se a distância em \mathbb{R}^2 e na norma ℓ_2 definida em relação ao ponto $P \equiv (0,1)$. Esta distância é também conhecida com distância Euclidiana ao ponto P e é dada por:

$$d_{\ell}(\Delta) = \sqrt{NMSE^2 + (Cor - 1)^2}. \quad (9)$$

Desta forma, o ângulo de rotação Δ que modificará menos a resposta polarimétrica (em relação a distância d_{ℓ}) será aquele que minimize d_{ℓ} . Na Figura 4 são mostrados os gráficos da distância d_{ℓ} em função da variação de Δ para a resposta polarimétrica, em co-polarização e em polarização cruzada, para as quatro regiões da imagem SAR. Desta figura observa-se que o comportamento de d_{ℓ} para as regiões A, B e C são similares entre si, no entanto, diferente do comportamento de d_{ℓ} para a região D. Este fato reafirma o anteriormente exposto a respeito das características eletromagnéticas de cada região da imagem.

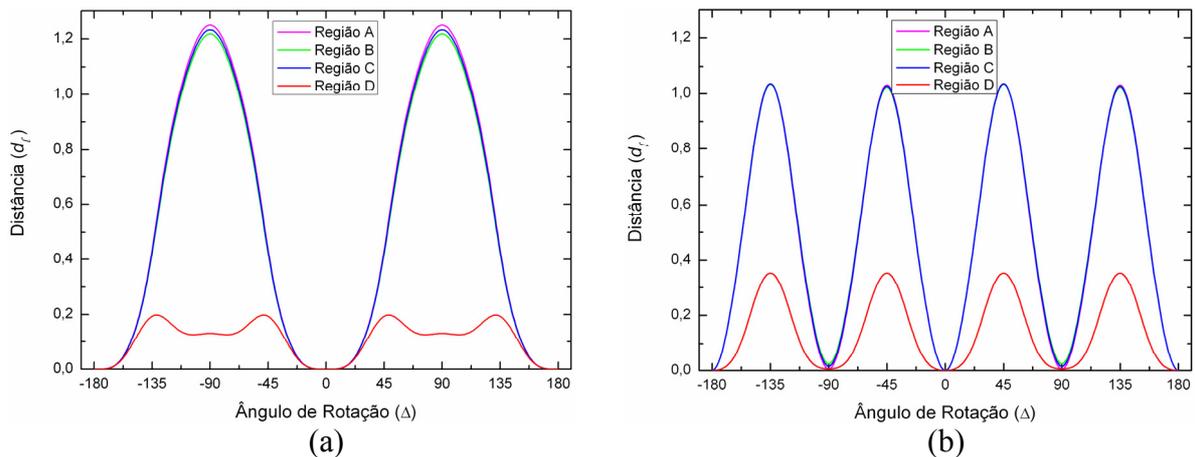


Figura 4. Distância d_{ℓ} da resposta polarimétrica: (a) co-polarização e (b) polarização cruzada.

Para as regiões A, B e C a distância d_{ℓ} é máxima quando $\Delta = \pm 90^{\circ}$ ($d_{\ell} = 1,25$ região A, $d_{\ell} = 1,22$ região B e $d_{\ell} = 1,23$ região C) para a resposta polarimétrica em co-polarização e quando $\Delta = \pm 45^{\circ}$ ou $\Delta = \pm 135^{\circ}$ ($d_{\ell} = 1,04$ região A, $d_{\ell} = 1,03$ região B e $d_{\ell} = 1,03$ região C) no caso da resposta polarimétrica em polarização cruzada. Estes últimos quatro valores de Δ também ocorrem para a resposta polarimétrica em polarização cruzada da região D ($d_{\ell} = 0,35$). No entanto, a distância d_{ℓ} é máxima para a resposta polarimétrica em co-polarização da região D quando $\Delta = \pm 49^{\circ}$ ou $\Delta = \pm 131^{\circ}$ ($d_{\ell} = 0,20$). Da Figura 4, também se pode notar que o ângulo Δ afeta diferentemente a resposta

polarimétrica em co-polarização e em polarização cruzada. Entretanto, a distância d_ℓ mínima ($d_\ell = 0$) ocorre para os ângulos $\Delta = \pm m\pi$, ($m = 0, 1, 2, \dots$), indicando que não há mudança na resposta polarimétrica tanto em co-polarização quanto em polarização cruzada, uma vez que as matrizes $[M]$ e $[S]$ são iguais para estes ângulos. Os gráficos da resposta polarimétrica em co-polarização e em polarização cruzada são ilustrados nas Figuras 5 e 6, respectivamente.

As respostas polarimétricas em co-polarização das regiões A e D são mostradas na Figura 5 para os ângulos em que ocorrem a mínima e a máxima distância d_ℓ . Nesta figura são apresentados os pontos (χ_M, ψ_M) referentes às coordenadas do valor máximo da resposta polarimétrica em co-polarização. As respostas da região A são apresentadas para $\Delta = 0^\circ$ (Figura 5a) e para $\Delta = 90^\circ$ (Figura 5b), já as respostas da região D são apresentadas nas Figuras 5c e 5d, respectivamente, quando $\Delta = 0^\circ$ e $\Delta = 49^\circ$.

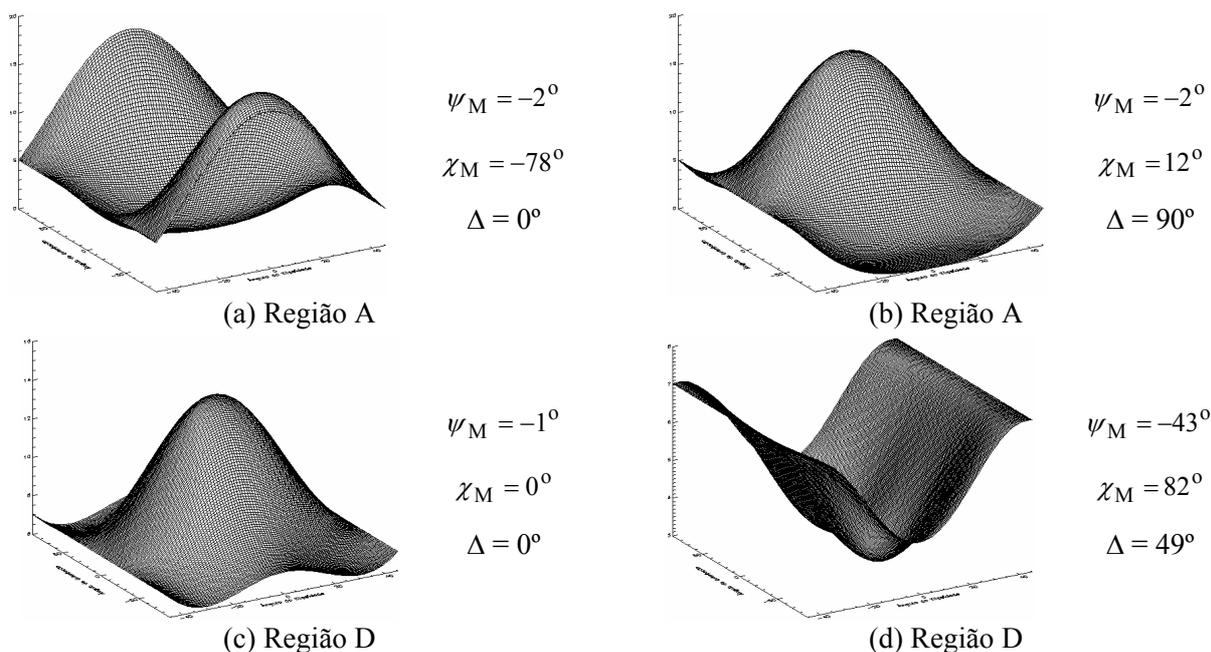


Figura 5. Resposta polarimétrica em co-polarização das regiões A e D.

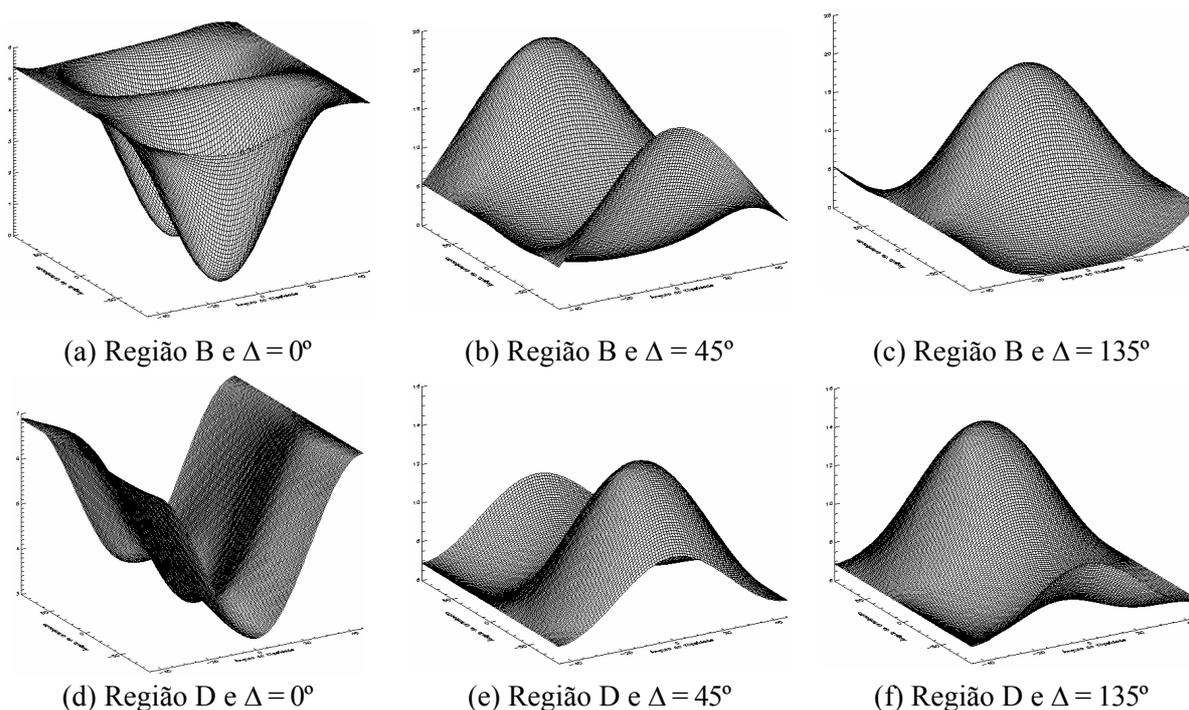


Figura 6. Resposta polarimétrica em polarização cruzada das regiões B e D.

As respostas polarimétricas em polarização cruzada das regiões B e D para os ângulos em que ocorrem o menor e o maior valor de d_ℓ são apresentadas na Figura 6. As respostas da região B são apresentadas para $\Delta = 0^\circ$ (Figura 6a), para $\Delta = 45^\circ$ (Figura 6b) e para $\Delta = 135^\circ$ (Figura 6c), sendo os dois últimos valores do ângulo de rotação onde ocorrem a maior d_ℓ . As respostas da região D são apresentadas para estes mesmos ângulos nas Figuras 6d, 6e e 6f, respectivamente. Das Figuras 5 e 6 nota-se como o ângulo de rotação do plano de polarização Δ pode alterar de maneira significativa a resposta polarimétrica de um dado alvo. Isto é, a resposta polarimétrica extraída a partir de uma imagem SAR obtida num meio eletricamente ativo pode ser interpretada erroneamente devido à rotação do plano de polarização, que pode existir neste meio, das ondas eletromagnéticas transmitida e recebida pelo sensor.

6. Conclusões

Neste trabalho avaliou-se o efeito da rotação do plano de polarização de ondas eletromagnéticas na discriminação de alvos em imagens SAR. Os atributos utilizados na discriminação dos alvos foram a amplitude média e a resposta polarimétrica. O ângulo de rotação do plano de polarização pode influir de maneira significativa nos dados SAR, dependendo apenas de seu valor. Tanto as amplitudes médias das regiões quanto suas respostas polarimétricas se mostraram sensíveis à variação do ângulo de rotação. Portanto, atributos extraídos de imagens SAR devem ser usados e interpretados com extrema cautela, pois os dados podem ter sofrido uma rotação que modifica a sua resposta. Este é o caso de imagens SAR orbitais que podem estar sob o efeito da rotação do plano de polarização provocado pela ionosfera e que os usuários não corrigem este efeito. Planejam-se mais estudos da influência do ângulo de rotação com relação aos processamentos digitais de imagens padrões, tais como a filtragem, a segmentação e a classificação.

Referências

- Bittencourt, J. A. **Fundamentals of plasma physics**. New York, :Springer-Verlag, 2004. 678 p.
- Cloude, S. R.; Pottier, E. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. **IEEE Transactions Geoscience and Remote Sensing**, v. 34, n. 1, p. 498-512, 1996.
- Freeman, A.; Saatchi, S. S. On the detection of Faraday rotation in linearly polarized L-Band SAR backscatter signatures. **IEEE Transactions Geoscience and Remote Sensing**, v. 42, n. 8, p. 1607-1616, 2004.
- Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), Std-145: **IEEE Standard definitions of terms for antennas**, New York, June, 1993. p.40. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/xpl/standards.jsp>>. Acesso em 24 out 2008.
- Lumini, F. Análise no domínio espectral de estruturas quirais multicamadas. **Tese de Doutorado**, ITA, São José dos Campos, 2000. p.151.
- Sant'Anna, S. J. S.; Lacava, J. C. S.; Fernandes, D. Estudo do espalhamento eletromagnético de um alvo simples usando o método dos momentos. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto (SBSR'2007). **Anais**. Florianópolis, Brasil, 2007a.
- Sant'Anna, S. J. S.; Lacava, J. C. S.; Fernandes, D. Closed form expressions for scattering matrix of simple targets in multilayer structures. In: International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'2007). **Proceedings**. Barcelona, Spain, 2007b.
- Sant'Anna, S. J. S.; Lacava, J. C. S.; Fernandes, D. From Maxwell's equations to polarimetric SAR images: a simulation approach. A ser publicado em **Sensor Journal**, 2008.
- van Zyl, J. J.; Zebker, H. A.; Elachi, C. Imaging radar polarization signatures: theory and observation. **Radio Science**, v. 22, n. 4, p. 529-543, 1987.
- van Zyl, J. J. Unsupervised classification of scattering behavior using radar polarimetry data. **IEEE Transactions Geoscience and Remote Sensing**, v. 27, n. 1, p. 36-45, 1989.
- Yamada, T.; Hoshi, T. Expansion of the unsupervised classification of polarimetric SAR images based on the scattering types using the shape features of polarization signature diagrams. In: Asian Conference on Remote Sensing, 22., 2001, Singapore. **Proceedings**.