# Avaliação da ortoretificação da imagem do sensor HRC do CBERS 2B utilizando modelo de funções racionais

Tiago Lima Rodrigues Mauro Antônio Homem Antunes Juliana Moulin Fosse

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia BR 465 km 07 - 23890-000 - Seropédica - RJ, Brasil engtlrodrigues@yahoo.com.br mantunes@ufrrj.br jumoulin@ufrrj.br

**Abstract.** Geometric distortions on satellite images caused by relief and sensor/Earth surface geometry decrease the quality of the products from these images. The orthorectification eliminates transforms the image conic projection into an orthogonal projection at ground reference plane, and to corrects the image from of distortions due to relief, curvature of the Earth's surface, inclination of the orbital platform at the moment the image was obtained and cartographic projection. The orthorectification is performed through either of two forms: rigorous models or rational functions model. The objective of this research is to evaluate the quality of the orthorectification of a HRC sensor image of CBERS 2B satellite through the rational function model and to analyze the results concerning the construction of cartographic document based on the Brazilian cartographic accuracy standards. The image was orthorectified using ground control points obtained with precise GPS and a raster digital elevation model of the area from topographic maps at 1:10000 scale. Results were analyzed through the RMSE and the index of agreement of the errors in N and E coordinates and the average squared error and standard deviation of the displacement vector. Results show that the orthorectified image had an average error of 12.176m with a standard deviation of 6.193m. It is concluded that the orthorectified image is suitable for making maps at 1:40000 scale for class A standard and 1:25000 scale for class B. It is recommended that this research be performed for other areas with different topographic conditions.

**Palavras-chave:** remote sensing, orthorectification, rational function model, displacement errors, sensoriamento remoto, ortoretificação, modelo de função racional, erros de deslocamento.

## 1. Introdução

Um dos grandes problemas encontrados atualmente para o processo de utilização de imagens orbitais, para fins de extração de dados georeferenciados da superfície, é o deslocamento da imagem de acordo com a variação do relevo, a inclinação do sensor no momento da tomada da imagem e a projeção cartográfica. Entretanto, para minimizar os efeitos indica-se o processo de ortoretificação, que é a transformação da imagem inicialmente obtida pelo sensor de perspectiva cônica, em uma ortoimagem, ou seja, imagem com perspectiva ortogonal.

Diversos modelos para ortoretificação de imagens orbitais de alta resolução têm sido estudados, desenvolvidos e testados. Os modelos dividem-se em modelos rigorosos e modelos não-paramétricos. Segundo Baltsavias et al. (2001), modelos matemáticos têm sido desenvolvidos para corrigir o deslocamento usando o conhecimento de determinadas informações do sensor e modificando as equações de colinearidade, em alguns casos incluindo parâmetros para modelagem de erros e orientação interior ou calibração em órbita. Com relação à modelagem não-paramétrica ou generalizada, há a possibilidade da utilização do modelo funcional racional (RFM) baseado na utilização de coeficientes polinomiais racionais (RPCs). Segundo Fraser (2006), o RFM representa uma aproximação advinda empiricamente da modelagem rigorosa de orientação do sensor, particularmente uma reparametrização deste modelo. Segundo Huinca et al. (2005), com a disponibilidade de imagens de alta resolução espacial, o modelo funcional racional vem sendo largamente

empregado em processos de correção geométrica. De acordo com Tao e Hu (2001), os polinômios racionais são essencialmente uma forma genérica de polinômios, e exprimem a descrição das soluções direta e iterativa dos mesmos pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Tendo em vista que o uso do RFM pode ser aplicado a diferentes tipos de sensores, por não necessitarem de informações acerca de dados da geometria do sensor (Tao et al. 2000), o objetivo deste trabalho foi avaliar a ortoretificação de uma imagem do sensor HRC do satélite CBERS 2B utilizando polinômios racionais 3D e a potencialidade deste método para construção de cartas planimétricas de acordo com o Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC).

## 2. Sensor HRC

A câmera HRC está a bordo do satélite CBERS 2B e opera numa única faixa espectral, que cobre o visível a partir do verde e vai até o infravermelho próximo. Produz imagens de uma faixa de 27 km de largura com uma resolução de 2,5 m, que permite a observação com grande detalhamento dos objetos da superfície. A Tabela 1 apresenta as principais características do sensor HRC.

Tabela 1. Calacteristicas do sensol HKC do satelle CDEKS 2D.		
Tipo TDI CCD (Time Delay and Integration,		
Charged Coupled Device)		
0,50 - 0,80 µm (pancromática)		
2,1°		
2,7 m x 2,7 m		
27 km (Nadir)		
130 dias		
432 Mbits/s (antes da compressão)		
8 bits		
778 Km		

Tabela 1. Características do sensor HRC do satélite CBERS 2B.

## 3. Processo de ortoretificação

Segundo Andrade (1998), o termo ortoretificação representa o processo de supressão dos efeitos provenientes da inclinação da plataforma representados pelos ângulos  $\omega$  (ômega),  $\phi$  (fi) e  $\kappa$  (Kappa), que também no caso de plataformas orbitais pode ser denominado atitudes do sensor. Conforme Schowengerdt (1997), a ortorretificação representa o processo de correção da imagem, pixel por pixel, das distorções decorrentes do relevo, fazendo com que a imagem seja representada em perspectiva ortogonal.

Para o procedimento de ortoretificação, é necessário dispor de informações sobre o relevo da área imageada. Tais informações podem ser obtidas através de um modelo digital de elevação (MDE), que é uma representação matemática computacional da distribuição de um fenômeno espacial que ocorre dentro de uma região da superfície terrestre (Câmara et al, 2001).

Diferentes métodos podem ser utilizadas para extração de um MDE, de acordo com a disponibilidade de dados, ferramentas ou da tecnologia: digitalização e interpolação de mapas, estéreo correlação de imagens ópticas, interferometria, laser altimétrico, (Kasser e Egels, 2002) e levantamentos topográficos em campo.

Além do MDE, é necessário também dispor de um número suficientemente adequado de pontos de controle.

#### 4. Modelos de Função Racional

O modelo de função racional (RFM) é um modelo não-paramétrico ou modelo generalizado, baseado em polinômios racionais 3D, que representa uma metodologia alternativa quando não se dispõe de informações acerca de dados da geometria do sensor. De

acordo com PCI Geomatics (2003), o modelo de funções racionais pode ser mais preciso do que o modelo Polinomial ou "Thin Plate Spline" desde que se considere a elevação.

O modelo de funções racionais constrói uma correlação entre coordenadas tridimensionais do espaço objeto (X,Y,Z) e coordenadas bidimensionais do espaço imagem (linha, coluna), ou vice versa, assim como o modelo físico do sensor (Hu et al. 2004) e é apresentado da seguinte forma (OGC, 1999):

$$Linha(X_{n}, Y_{n}, Z_{n}) = \frac{p_{1}(X_{n}, Y_{n}, Z_{n})}{p_{2}(X_{n}, Y_{n}, Z_{n})} = \frac{\sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{p} a_{ijk} X_{n}^{i} Y_{n}^{j} Z_{n}^{k}}{\sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{p} b_{ijk} X_{n}^{i} Y_{n}^{j} Z_{n}^{k}}$$
$$Coluna(X_{n}, Y_{n}, Z_{n}) = \frac{p_{3}(X_{n}, Y_{n}, Z_{n})}{p_{4}(X_{n}, Y_{n}, Z_{n})} = \frac{\sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{p} c_{ijk} X_{n}^{i} Y_{n}^{j} Z_{n}^{k}}{\sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{p} c_{ijk} X_{n}^{i} Y_{n}^{j} Z_{n}^{k}}$$

Onde *Linha* ( $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$ ) e Coluna ( $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$ ) representam as coordenadas normalizadas do espaço imagem;  $X_n$ ,  $Y_n$ , e  $Z_n$  representam as coordenadas normalizadas do espaço objeto e  $a_{ijk}$ ,  $b_{ijk}$ ,  $c_{ijk}$  e  $d_{ijk}$  são os coeficientes da transformação, denominados de Coeficientes Polinomiais Racionais (*RPCs*). Os polinômios são de 3ºgrau (longitude, latitude e altitude ou elevação).

Conforme descreve PCI Geomatics (2003), os RPCs podem ser obtidos de duas formas:

 Coleta-se um número de pontos de controle (GCPs), e automaticamente o aplicativo específico calcula os RPCs. O número mínimo requerido de GCPs é determinado pela multiplicação do número de coeficientes por 2 em seguida subtrai-se 1. A equação pode ser representada da seguinte forma:

$$N = (2 * n) - 1 \tag{1}$$

Onde:

N = número de pontos de controle (GCPs);

n = número de coeficientes.

 A agência que distribui a imagem obtém os RPCs para cada imagem e distribui os dados com as imagens. Atualmente este processo é exeqüível apenas para imagens Ikonos, Quickbird, ou imagens que são distribuídos no formato NITF 2.0 com dados de suporte de imagem RPC. Os coeficientes são automaticamente importados pelo aplicativo específico.

No caso deste trabalho, os RPCs foram obtidos através da primeira forma, já que as imagens do sensor HRC não são distribuídas com os dados necessários para os cálculos do modelo de funções racionais da segunda forma.

### 5. Padrão de Exatidão Cartográfica

O controle de qualidade que determina a qualidade planimétrica da carta gerada pela interpretação da imagem seja ela visual ou automática é denominado Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC). As normas cartográficas brasileiras são estabelecidas pela Comissão Nacional de Cartografia (CONCAR), sediada no IBGE. O PEC é expresso através de normas,

que em grande parte estão estabelecidas pelo decreto nº 89.817, de 20 de junho de 1984. Segundo Cintra e Nero (2001), a exatidão das cartas é como indica a Tabela 2:

Classe	Planin	metria
	PEC	Erro ou desvio padrão
A	0,5 mm	0,3 mm
В	0,8 mm	0,5 mm
С	1,0 mm	0,6 mm

Tabela 2. PEC e Erro padrão para as 3 classes de documentos cartográficos planimétricos.

## 6. Materiais e Métodos

## 6.1 Materiais

Para realizar a ortorretificação e posteriormente realizar a avaliação da exatidão do modelo de funções racionais, foi utilizada uma cena do sensor HRC de parte do município de Seropédica. Na Tabela 3 estão apresentadas algumas das principais características da imagem.

rabela 5. r rinelpaís dados da infageni.			
Coordenadas do retângulo envolvente no sistema	X1= 629147,500; Y1= 7470992,500		
UTM	X2= 641045,000; Y2= 7496860,000		
Projeção UTM	Fuso 23/zona K		
Data	2008-05-28		
Horário	13:13:41,77 GMT		
Direção da órbita	Descendente		
Ângulo de elevação solar	39,9334°		
Azimute solar	29,697°		
Datum	SAD 69		

Tabela 3. Principais dados da imagem.

O MDE utilizado no procedimento deste trabalho foi obtido através de cartas topográficas na escala 1/10.0000 com 5 metros de equidistância das curvas de nível. Estas cartas foram digitalizadas, vetorizadas e foi feito um mosaico de todas as cartas da área do Município de Seropédica.

Os pontos de controle foram rastreados através de posicionamento estático com receptores de monofreqüência GPS modelo Promark II, em diferentes pontos da imagem distribuídos da forma mais homogênea possível.

O aplicativo utilizado para o processamento digital das imagens foi o PCI Geomatics 9.0.

#### 6.2 Pré-processamento

O mosaico do MDE em formato vetorial foi importado para o módulo Orthoengine do software PCI Geomatics 9.0 e utilizado para gerar um MDE em formato raster com resolução espacial de 10m, o qual foi utilizado na ortoretificação. O processo foi efetuado utilizando o interpolador *Finite Difference*. De acordo com PCI Geomatics (2003), este interpolador executa a operação em três etapas. A primeira delas é responsável pela atribuição de valores de elevação dos vetores nos *pixels* correspondentes na matriz do MDE. A segunda é responsável pela interpolação dos valores de elevação dos *pixels* utilizando o algoritmo denominado *Distance Transform*. E a terceira etapa é responsável pela homogeneização da matriz do MDE através de um processo iterativo efetuado pelo algoritmo *Finite Difference*.

Com a finalidade de trabalhar os dados no mesmo sistema de referência geodésico, a imagem HRC foi reprojetada, na qual se alterou o sistema de SAD69 para SIRGAS2000. Neste processo utilizou-se reamostragem por vizinho mais próximo por ser um modelo simples e indicado para alterações geométricas.

Após a reprojeção, foi efetuado o georeferenciamento utilizando para tanto pontos de controle rastreados em campo com o uso de um GPS de monofrequência do modelo Promark II da Astech Solutions, através de posicionamento estático. No processo de georeferenciamento foi utilizado polinômio de grau 1. Tendo em vista que polinômio de grau 1 apresenta 6 coeficientes e utilizando a equação 1, o número mínimo de pontos de controle é 11, contudo foram utilizados 12 a fim de dispor de graus de liberdade. A Tabela 4 apresenta os pontos de controle utilizados e os resíduos calculados em metros.

Tubbla 1. Tomos de controle e residuos em metro			
ID do Ponto	Resíduo	Resíduo em X	Resíduo em Y
GCP06	4,096	1,137	3,935
GCP13	4,001	-4,001	0,014
GCP12	3,938	0,178	3,934
GCP05	2.864	-1,833	-2,200
GCP02	2,432	1,340	2,029
GCP14	2,071	0,304	2,048
GCP08	1,497	1,299	-0,744
GCP04	1,078	-0,957	-0,496
GCP01	1,056	-0,137	-1,047
GCP09	1,029	-0,166	1,015
GCP15	1,015	-0,913	-0,445
GCP10	0,624	0,150	-0,606

Tabela 4. Pontos de controle e resíduos em metros

# 6.3 Ortoretificação por Modelo Racional Polinomial

A ortoretificação por PRM tornou-se possível após os procedimentos de préprocessamento da imagem. A Figura 1 apresenta a imagem do sensor HRC ortoretificada pelo modelo PRM.



Figura 1. Amostra da imagem do sensor HRC ortoretificada por PRM.

# 6.4 Metodologia de análise dos resultados da ortoretificação

Com vista na comparação de pontos rastreados com tecnologia GPS e pontos coletados na ortoimagem, foi possível avaliar a precisão e a acurácia da ortoretificação da imagem HRC por modelo racional polinomial. A avaliação foi feita através de uma análise estatística com dados amostrais do vetor deslocamento das coordenadas do sistema UTM da ortoimagem para

coordenadas UTM obtidas em campo com receptor GPS. Foram calculados a média, o desvio padrão e o erro quadrático da média para os vetores deslocamentos, a raiz do erro médio quadrático (RMSE) e o *index of agreement* (Willmott, 1982) para os eixos E e N do sistema de coordenadas UTM da ortoimagem. O valor do vetor deslocamento pode ser facilmente obtido através da equação apresentada abaixo:

$$ER_{i} = \left[ \left( E_{i-imagem} - E_{i-GPS} \right)^{2} + \left( N_{i-imagem} - N_{i-GPS} \right)^{2} \right]^{0.5}$$
(2)

Onde:

 $ER_i = Vetor deslocamento$ 

 $E_{i - imagem} = Coordenada UTM E do ponto i obtida na ortoimagem HRC;$   $E_{i - GPS} = Coordenada UTM E do ponto i obtida em campo com GPS;$   $N_{i - imagem} = Coordenada UTM N do ponto i obtida na ortoimagem HRC;$  $N_{i - GPS} = Coordenada UTM N do ponto i obtida em campo com GPS.$ 

#### 6.4.1 Index of Agreement

O *index of egreement* foi proposto e desenvolvido por Willmott (1982), como uma forma alternativa de cálculo para dispersão das medidas. Segundo Willmott (1982), diferenças de medidas são em sua totalidade oriundas de dados observados subtraídos dos dados calculados, embora cada medida seja ponderada em diferentes caminhos para descrever características particulares de magnitudes de diferenças. As medidas de média e o RMSE estimam o erro médio, contudo não fornecem informações acerca do tamanho relativo da diferença média ou a natureza das diferenças compreendendo a média ou o RMSE. Baseado em tais observações de Willmott (1982), utilizamos o *index of agreement* a fim de obtermos os resultados quanto à dispersão dos dados no eixo E e N do sistema de coordenadas UTM da ortoimagem.

A expressão para o cálculo do *index of agreement* para os eixos E e N é apresentada a seguir:

$$d_{E} = 1 - \left[\sum_{i=1}^{N} \left( E_{i-imagem} - E_{i-GPS} \right)^{2} / \sum_{i=1}^{N} \left( E_{i-imagem} - \overline{E}_{i-GPS} \right)^{2} + \left| E_{i-GPS} - \overline{E}_{GPS} \right|^{2} \right]$$
(3)

$$\boldsymbol{d}_{N} = 1 - \left[\sum_{i=1}^{N} \left(\boldsymbol{N}_{i-imagem} - \boldsymbol{N}_{i-GPS}\right)^{2} / \sum_{i=1}^{N} \left(\boldsymbol{N}_{i-imagem} - \overline{\boldsymbol{N}}_{i-GPS}\right) + \left|\boldsymbol{N}_{i-GPS} - \overline{\boldsymbol{N}}_{GPS}\right|^{2}\right]$$
(4)

Onde:

 $\overline{E}_{GPS}$  = Média das coordenadas UTM E dos N pontos obtidos em campo com GPS.  $\overline{N}_{GPS}$  = Média das coordenadas UTM N dos N pontos obtidos em campo com GPS.

#### 7. Resultados

Baseando-se na comparação entre as coordenadas dos pontos coletados em campo e suas coordenadas homólogas na ortoimagem, foi possível a geração das análises de discrepâncias. As Tabelas 5 e 6 apresentam os valores das coordenadas obtidas na ortoimagem e por GPS, e as componentes  $\Delta E$  e  $\Delta N$  juntamente com o valor dos vetores deslocamento respectivamente.

Tabela 5. Coordenadas UTM obtidas na ortoimagem e por GPS e	em metros
---	-----------

HRC	GPS

E	Ν	Е	Ν
634833,187	7482307,313	634830,312	7482309,261
638792,321	7478481,518	638761,042	7478528,287
635999,151	7492171,034	636008,378	7492118,756
630500,702	7487370,217	630505.006	7487352,677
633310,409	7484400,838	633314,747	7484405,868
638499,618	7486087,814	638565,912	7486041,136
630213,758	7484629,217	630222,363	7484644,128
638445,134	7485221,518	638437,250	7485201,169
633911,384	7483409,330	633914,755	7483414,103

Tabela 6. Componentes AE e AN e o valor dos vetores deslocamento em 1	netros.
---	---------

$\Delta E$	ΔΝ	Δ
2,875	-1,948	3,473
31,279	-46,769	56,265
-9,227	52,278	53,086
-4,304	17,540	18,060
-4,338	-5,030	6,642
-66,294	46,678	81,079
-8,605	-14,911	17,216
7,884	20,349	21,823
-3,371	-4,773	5,843

Os valores marcados na cor vermelha na tabela 6 foram considerados como outliers por apresentarem valores com alta discrepância e consequentemente foram descartados.

A Tabela 7 apresenta os resultados dos cálculos da média, desvio padrão e o erro quadrático da média para os vetores deslocamento, e o RMSE e o *index of agreement* para as direções E e N do sistema UTM da ortoimagem.

Média	Desvio padrão	Erro quadrático da	Intervalo de confiança
		média	para 95%
12,176	7,740	3,160	± 6,193
RMSE em E	RMSE em N	Index of agreement em	Index of agreement em
		E	Ν
5,67414321	12,88376533	0,999998953	0,999983052

Tabela 7. Resultado dos cálculos em metros.

Estabelecendo confiabilidade de 95% na média dos pontos na ortoimagem do sensor HRC usando o modelo RPM, tem-se:  $ER_i = 12,176 \text{ m} \pm 6,193 \text{ m}$ .

Considerando-se o Padrão de Exatidão Cartográfica, temos que a ortoimagem gerada por modelo RPM seria classificada como documento cartográfico da classe A para a escala máxima de 1:40000, e da classe B para escala máxima de 1:25000. Para o cálculo da escala máxima levou-se em consideração a geometria da imagem, não analisando a influência dos problemas decorrentes da Função de espalhamento do ponto (PSF).

# 8. Conclusões

O processo de ortoretificação por modelo de função racional mostrou-se uma metodologia alternativa, eficiente e altamente utilizável quando não se dispõe de dados e informações necessárias para a utilização de modelos rigorosos. Particularmente para a imagem do sensor HRC do satélite CBERS 2B analisada neste trabalho a potencialidade para geração de documentos cartográficos, segundo o PEC na classe A e classe B, mostrou-se adequado nas escalas 1:40000 e 1:25000 respectivamente. De uma forma geral, para aplicações de menor rigor de posicionamento, o modelo RPM pode ser utilizado para diferentes tipos de sensores

de média e alta resolução espacial, desde que se disponha de pontos de controle em quantidades suficientemente adequadas para a estimativa dos RPCs e um modelo digital de elevação fidedigno.

Recomenda-se a avaliação da ortoretificação das imagens HRC para outras situações de geometria de aquisição e para regiões com topografia diferente daquela para a qual foi feita esta avaliação.

#### Agradecimentos

Os autores prestam agradecimento à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro pelo apoio a esta pesquisa.

#### Referências

Andrade, J.B. Fotogrametria. Curitiba, 258p. 1998.

Baltsavias, E.; Pateraki, M.; Zhang, L. Radiometric and geometric evaluation of IKONOS Geo Images and their use for 3D building modelling. **Proc. Joint ISPRS Workshop "High Resolution Mapping From Space 2001"**. Hannover, Germany, 79-21 September 2001.

Câmara, G.; Davis, C.; Monteiro, A. M. V. Introdução à Ciência da Geoinformação. São José dos Campos:Inpe,2001.345p.Disponívelem:<http://mtc-</td>m12.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/sergio/2004/04.22.07.43/doc/publicacao.pdf >.Acesso em: 10 nov. 2008.

Cintra, J.P. e Nero, M.A. (2001), **Documentos Cartográficos: Determinação Do PEC**. Anais do XX Congresso Brasileiro de Cartografia, Belo Horizonte, Brasil, 2001.

Fraser, C. S., Dial, G., Grodecki, J., Sensor orientation via RPCs. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**, v. 60 (2006), p. 182–194. Disponível em: <a href="https://www.elsevier.com/locate/isprsjprs">www.elsevier.com/locate/isprsjprs</a>. Acesso em: 12 nov. 2008.

Hattori, S.; Ono, T.; Fraser, C. Orientation of high resolution satellite images based on affine projection. Internacional Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, v. 33, Part3, Amsterdam. 2000.

Hu, Y., Tao, V., Croitoru, A. Understanding the rational function model: methods and applications. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, v.20, 6 p. Istanbul 2004.

Huinca, S. C. M.; Araki, H.; Cavalheiro, A. C. Correção geométrica de imagem Quickbird para áreas urbanas utilizando modelos geométricos generalizados e dados de laser scanning. In: Simpósio Brasileiro De Sensoriamento Remoto (SBSR), 12., 2005, Goiânia. **Anais...** São José dos Campos: INPE, 2005. p. 4545-4552. CD-ROM, On-line. ISBN 85-17-00018-8. Disponível em: <a href="http://urlib.net/ltid.inpe.br/sbsr/2004/11.22.09.54">http://urlib.net/ltid.inpe.br/sbsr/2004/11.22.09.54</a>- Acesso em: 17 nov. 2008.

Kasser, M.; Egels, Y. Digital Photogrammetry. London, Taylor&Francis, 2002.

OpenGIS Consortium (OGC), **The OpenGIS Abstract Specification - Topic 7: Earth Imagery**, 1999. Disponível em: <a href="http://www.opengis.org/docs/99-107.pdf">http://www.opengis.org/docs/99-107.pdf</a>>. Acesso em 24 set. 2004.

PCI GEOMATICS, OrthoEngine User guide version 9.0. Canadá, 2003.

Pedro, P. C. Ortoretificação de imagens de alta resolução Ikonos e Quikcbird utilizando o modelo APM (*Affine Projection Model*). 2005. 140 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2005.

Schowengerdt, R. A. **Remote sensing: models and methods for image processing**. Academic Press, 2<sup>a</sup> edição, San Diego, USA, 1997.

Tao, C.; Mercer, J.; Schnick, S.; Zhang, Y. Image rectification using a generic sensor model – Rational Function Model. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 33, Part B3. Amsterdam 2000.

Tao, C.V.; Hu, Y. A comprehensive study of the Rational function model for photogrammetric processing. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v.67, n.12, pp 1347-1357, 2001.

Willmott, C. J. Some comments on the evaluation of model performance. *Bulletin American Meteorological Society*, v. 63, n. 11, p. 1309-1313, 1982.