

## Avaliação da invariância à rotação de descritores texturais extraídos por transformadas wavelets

Ricardo Dutra da Silva<sup>1</sup>  
William Robson Schwartz<sup>2</sup>  
Hélio Pedrini<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Informática, Universidade Federal do Paraná  
81531-990 – Curitiba – PR, Brasil  
ricardodutr@gmail.com

<sup>2</sup> Department of Computer Science, University of Maryland  
20742-327 – College Park – MD, USA  
schwartz@cs.umd.edu

<sup>3</sup> Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas  
13084-971 – Campinas – SP, Brasil  
helio@ic.unicamp.br

**Abstract.** Segmentation plays an important role in image analysis. Image segmentation aim at partitioning a set of objects/regions that compose an image, producing a set of higher level structures used to describe these objects/regions. To obtain acceptable segmentation results, a set of descriptors needs to be defined such that regions presenting distinct features can be uniquely identified. Descriptors based on textures have been vastly investigated to accomplish such region identification. The importance presented for these descriptors comes from the fact that textures present structural clues and also are among the main features perceived by the human visual system. An important characteristic that needs to be considered when one chooses a set of descriptors is its invariance to certain transformations, such as rotation, translation, and scaling. Due to its fundamental importance, in this work we conduct experiments using remote sensing images to evaluate and compare several descriptors, extracted from separable and non-separable wavelet transforms, with regard to their invariance to rotation. To evaluate the robustness to rotation, we evaluate how much the elements of the feature vector change when the image is considered under different rotation angles. Then, we compute the coefficient of variation to be able to compare different descriptors.

**Keywords:** image segmentation, separable and non-separable wavelets, texture descriptors, segmentação de imagens, wavelets separáveis e não-separáveis, descritores de textura.

### 1. Introdução

O crescente avanço nas técnicas de aquisição de imagens torna essencial a análise automática ou semi-automática de seu conteúdo, que consiste na criação de algoritmos capazes de reproduzir total ou parcialmente a capacidade humana de entendimento e interpretação de imagens. O reconhecimento de objetos e regiões que compõem uma imagem é fundamental para aplicações de visão robótica, monitoração industrial, sensoriamento remoto, diagnóstico médico assistido e recuperação de imagens por conteúdo.

O desenvolvimento de técnicas de segmentação aplicadas a imagens de sensoriamento remoto apresenta grande importância devido ao crescente volume de dados adquiridos a partir de novos sensores de alta resolução. Para tornar essas técnicas mais robustas, a utilização de um conjunto de descritores com alto poder discriminatório é essencial. Uma solução é a geração de um conjunto de descritores contendo um número elevado de variáveis. No entanto, neste caso, os métodos de classificação podem se tornar ineficientes devido ao alto grau de correlação entre as variáveis. Dessa maneira, para manter um número moderado de variáveis torna-se de interesse a utilização de descritores invariantes a certas famílias de transformações.

A extração de descritores de texturas baseados em transformadas wavelets tornou-se um

importante tópico de estudo em análise de imagens. Transformadas wavelets apresentam propriedades que proporcionam uma representação contendo simultaneamente informações espaciais e de frequência, além do aspecto de multirresolução, que permite a extração de descritores em diversas escalas (MALLAT, 1989b). Estas propriedades tornam as transformadas wavelets apropriadas, superando outros tipos de transformadas como, por exemplo, a transformada de Fourier.

As wavelets possuem sua energia concentrada no tempo, sendo ondas localizadas de curta duração, o que possibilita a análise de sinais transitórios, não-estacionários ou variáveis no tempo. Pode-se dizer que wavelets são sinais oscilantes e não-nulos em um curto intervalo de tempo. Dessa maneira é possível obter análises localizadas que descrevem melhor os componentes de um sinal. Essa característica apresenta fundamental importância em segmentação de imagens, uma vez que seu objetivo principal é a localização de padrões específicos na imagem.

Este trabalho compara as variações de descritores extraídos a partir de diferentes transformadas wavelets para avaliar sua robustez quanto à rotação. Transformadas wavelets separáveis e não-separáveis são exploradas nos experimentos. Em muitos problemas de análise de texturas (SILVA et al., 2008) é importante que os resultados sejam independentes quanto à orientação da textura, o que justifica a relevância do trabalho realizado.

O restante do trabalho está organizado como segue. A seção 2 apresenta uma breve descrição dos principais tópicos relacionados ao trabalho. A metodologia empregada é apresentada na seção 3. Os testes e resultados obtidos com a aplicação da metodologia em imagens de sensoriamento remoto são descritos e avaliados na seção 4. A seção 5 apresenta as conclusões e propostas para trabalhos futuros.

## **2. Transformada Wavelets e Descritores de Texturas**

A deficiência da transformada de Fourier em fornecer informações de um sinal nos domínios da frequência e do tempo levou à busca de transformações com a capacidade de obter análises localizadas, descrevendo melhor as partes de um sinal (GOMES; VELHO, 1998; GRAPS, 1995). A teoria de wavelets destacou-se entre os métodos por prover simultaneamente informações sobre os domínios espacial e de frequência (CASTAÑON, 2003).

A primeira menção ao sistema ortogonal de funções mais simples encontrado na literatura surgiu no apêndice da tese de Albert Haar (HAAR, 1910). Atualmente, essas funções são conhecidas como as wavelets de Haar. Entre as décadas de 1960 e 1980, importantes trabalhos foram desenvolvidos por Coifman, Grossmann e Morlet (COIFMAN, 1990; GROSSMANN; MORLET, 1984; MORLET et al., 1984). O termo wavelet foi introduzido por Morlet (MORLET et al., 1984). Após 1980, Yves Meyer e Stephane Mallat aplicaram a idéia em uma teoria chamada multirresolução (MALLAT, 1989a, 1989b). Mallat descobriu importantes relações entre bancos de filtros, algoritmos de pirâmide e bases wavelets ortonormais. Baseando-se nos trabalhos de Mallat, Ingrid Daubechies desenvolveu uma família de funções wavelets de base ortonormal que se tornou bastante importante (DAUBECHIES, 1992).

Muitos dos esforços de pesquisa em wavelets bidimensionais baseiam-se em filtros separáveis, construídos por produtos tensoriais dos filtros unidimensionais. Mais recentemente, a procura por filtros não-separáveis verdadeiramente bidimensionais ou mesmo multidimensionais, tornou-se o objetivo de algumas pesquisas (CUI; LI; ZHOU, 2004; HE; LAI, 2000; KOVACEVIC; VETTERLI, 1992; LENDERS; SJOSTROM, 1999; LINDEMANN, 2005). No entanto, a construção de tais esquemas é bem mais complexa do que no caso unidimensional, além de exigirem maior custo para execução computacionalmente.

Os métodos de descrição de texturas podem ser divididos em estatísticos, estruturais e

espectrais. Os métodos estatísticos dividem as texturas em, por exemplo, suaves e grossas, entre outras possíveis divisões. Nos métodos estruturais, a classificação baseia-se em como são formadas as texturas a partir de elementos mais primitivos, como linhas. Métodos espectrais consideram a extração de descritores a partir de representações obtidas pela aplicação de transformações como Fourier, Gabor e wavelets.

Uma deficiência da maioria dos métodos de análise de texturas reside no fato de que a imagem é analisada em uma única resolução (WOUWER; SCHEUNDERS; DYCK, 1999). Eles surgiram baseados em estudos do sistema visual humano (BECK; SUTTER; IVRY, 1987; CHOI; WILLIAMS, 1989), métodos que exploram representações em múltiplas resoluções, em especial, decomposições realizadas por filtros de Gabor e transformadas wavelets (ACHARYYA; DE; KUNDU, 2003; ANTONINI et al., 1992; CHANG; KUO, 1992; DAUBECHIES, 1990; FUKUDA; HIROSAWA, 1999; WU; ZHANG; LIN, 1999).

Cada uma das texturas presentes em uma imagem pode ser representada a partir de medidas extraídas sobre as sub-bandas de coeficientes da transformada wavelet. Tais coeficientes evidenciam os padrões texturais presentes na imagem. Regiões com texturas suaves possuem principalmente coeficientes baixos. Nas regiões com transições, os coeficientes tendem a ser maiores, enfatizando as mudanças.

Uma característica bastante utilizada para a caracterização de texturas é a energia. A energia calculada para uma sub-banda  $Sb$ , adquirida por meio da transformada wavelet e composta por  $N$  coeficientes, é descrita como

$$\text{Energia}_{Sb} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{x,y} (Sb(x,y))^2} \quad (1)$$

em que  $Sb(x,y)$  representa o coeficiente da sub-banda  $Sb$  na coordenada  $(x,y)$ .

O desvio médio é uma alternativa à energia, sendo formado pela média dos valores absolutos dos coeficientes em  $Sb$ . O desvio médio é uma medida semelhante à energia mas que evita o cálculo de potências, definido como

$$\text{Desvio Médio}_{Sb} = \frac{1}{N} \sum_{x,y} |Sb(x,y)| \quad (2)$$

Pela variância pode-se construir mais uma medida, chamada de suavidade. Essa medida tem valor igual a zero para regiões com coeficientes constantes e cresce tendendo a 1 à medida que a variância cresce. A suavidade é definida como

$$\text{Suavidade}_{Sb} = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2} \quad (3)$$

sendo  $\sigma^2$  a variância dos coeficientes da sub-banda  $Sb$ .

Mais uma medida que pode ser encontrada para caracterização de texturas é o resíduo médio (MUNEESWARAN et al., 2005), definida como

$$\text{Resíduo Médio}_{Sb} = \sum_{x,y} (Sb(x,y) - \mu)^2 \quad (4)$$

sendo  $\mu$  a média amostral dos coeficientes da sub-banda  $Sb$ .

### 3. Metodologia Desenvolvida

Esta seção apresenta o método de avaliação de wavelets quanto à invariância à rotação. As características (descritores) são extraídas dos coeficientes de transformadas wavelets. O cálculo das características deve ser efetuado tomando-se imagens de uma textura com diferentes rotações, a fim de avaliar a dispersão dos valores segundo as diferentes orientações. Um exemplo de imagem com diferentes rotações é mostrado na figura 1.



Figura 1: Diferentes rotações de uma imagem.

Dada uma imagem de  $N \times N$  pixels, uma transformada wavelet específica de  $l$  níveis é aplicada sobre a imagem. Características são extraídas sobre as sub-bandas da decomposição, formando o vetor de características que descreve a imagem.

Posteriormente, é necessário que a imagem sofra uma rotação de  $\alpha$  graus, com  $\alpha$  entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ . Para diferentes valores de  $\alpha$ , o processo de decomposição e extração das características é realizado. Ao final, haverá um vetor de características para cada rotação da imagem. A sensibilidade à rotação é avaliada por meio de uma medida estatística de dispersão. O coeficiente de variação é definido como

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (5)$$

ou seja, a razão entre o desvio padrão  $\sigma$  e a média  $\mu$  para um conjunto de valores. Tal medida é apropriada pois permite a comparação direta entre diferentes conjuntos de dados, o que não é possível por meio da variação ou do desvio padrão.

O processo pode ser descrito pelo seguinte algoritmo:

**para cada**  $\alpha$  de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  com incremento  $\beta$  **faça**  
  aplicar rotação de  $\alpha$  graus na imagem de textura original;  
  aplicar a transformada wavelet sobre a imagem de textura após rotação;  
  calcular as características para as sub-bandas;  
  armazenar o vetor de características;  
**fim**  
calcular a média dos coeficientes de variação dos vetores de características;

### 4. Resultados Experimentais

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos com a metodologia proposta, considerando a adaptação de bases wavelets em imagens com diferentes orientações. Os algoritmos foram implementados com o pacote MATLAB (MATHWORKS, 2008) versão 7.0.1.24704 e a biblioteca de funções para wavelets não-separáveis LISQ (LISQ, 2008), no sistema operacional Linux.

Os testes foram aplicados sobre um conjunto de imagens gerado a partir das imagens do Google Maps (Google Maps, 2008) mostradas na figura 2. Todas essas imagens foram obtidas considerando-se uma escala de 100 metros. A composição das imagens de teste foi realizada

aplicando-se rotações, sobre a imagem original, de 5 em 5 graus, e extraindo-se a parte central, composta por  $64 \times 64$  pixels.

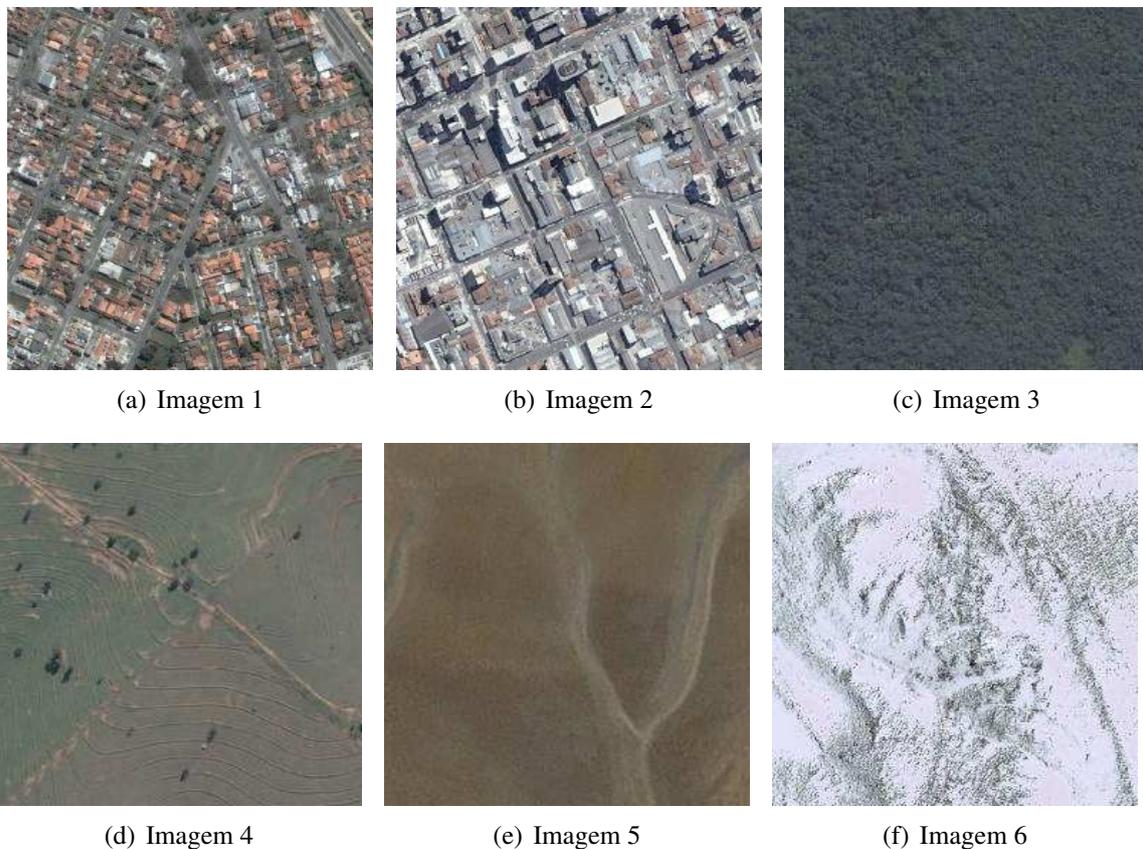


Figura 2: Imagens usadas para os teste de rotação.

Os testes foram realizados com as wavelets separáveis Biortogonal 3.3 (bior3.3), Coiflets 5 (coif5), Daubechies 2 (db2) e Symlets 5 (sym5). Os filtros de wavelets não-separáveis utilizados foram Neville 2 (N2), Neville 4 (N4) e MaxMax (MM). Para cada uma das transformações wavelets foram usados dois níveis de decomposição. Os vetores de características foram formados pelas medidas de energia, desvio médio, suavidade e resíduo médio, extraídas sobre todas as bandas da transformação wavelet.

Os testes realizados comparam a variação dos vetores de características para cada uma das imagens em diferentes rotações, avaliando as wavelets mais apropriadas para obter descritores menos suscetíveis a esse tipo de transformação. Uma função wavelet é fixada e os vetores de características são extraídos para todas as rotações de uma imagem. Em seguida, os coeficientes de variação das medidas no vetor de características são calculados e a média extraída para medir a variação dos descritores de uma imagem quando ela sofre rotações. Os gráficos da figura 3 mostram o coeficiente de variação dos vetores de características para cada uma das bases wavelets testadas.

Como pode ser observado pelos gráficos, as wavelets não-separáveis apresentam variação bastante inferior àquela das wavelets separáveis. A partir desses resultados é possível perceber a superioridade de filtros não-separáveis para obter descritores invariantes à rotação.

## 5. Conclusões e Trabalhos Futuros

Devido à importância da utilização de descritores invariantes a certas famílias de transformações e as propriedades de análise em multirresolução apresentados pelas

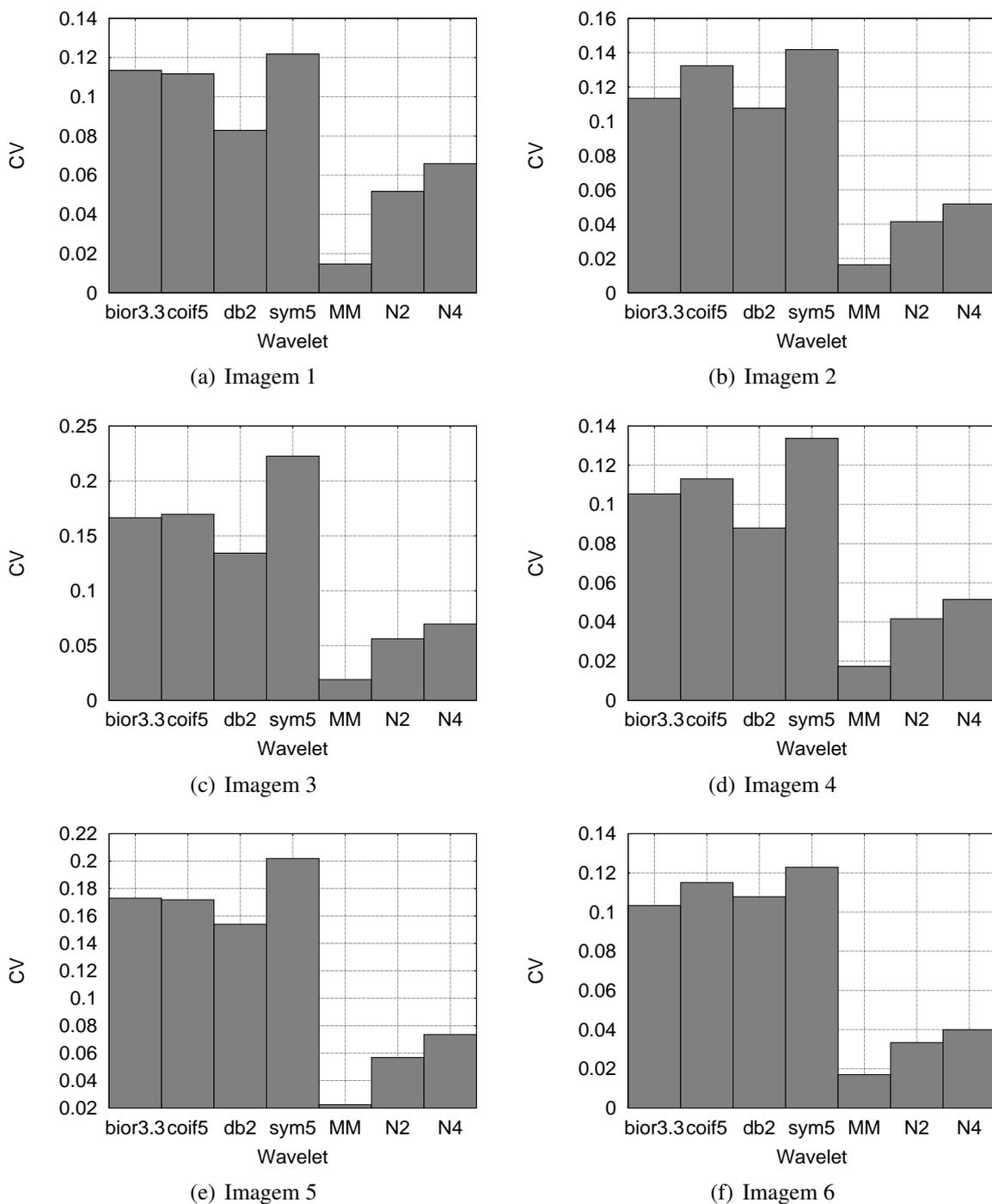


Figura 3: Variação de características para imagens com rotações.

transformadas wavelets, este trabalho avaliou a extração de descritores por meio de transformadas wavelets separáveis e não-separáveis com relação à invariância à rotação. Os resultados experimentais mostram que os filtros não-separáveis apresentam-se mais eficazes quanto à rotação, particularmente o filtro MaxMax.

Como diretiva para trabalhos futuros, pretende-se avaliar um conjunto mais amplo de descritores, de modo a combinar características específicas de cada filtro wavelet visando ao aumento de poder discriminatório no processo de segmentação aplicado a imagens de sensoriamento remoto.

## 6. Agradecimentos

William Robson Schwartz agradece à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES, processo BEX 1673/04-1).

## Referências

- ACHARYYA, M.; DE, R. K.; KUNDU, M. K. Segmentation of remotely sensed images using wavelet features and their evaluation in soft computing framework. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 41, n. 12, p. 2900–2905, dez. 2003.
- ANTONINI, M. et al. Image coding using wavelet transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 1, n. 2, p. 205–220, abr. 1992.
- BECK, J.; SUTTER, A.; IVRY, R. Spatial frequency channels and perceptual grouping in texture segregation. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Academic Press Professional, Inc., San Diego, CA, Estados Unidos, v. 37, n. 2, p. 299–325, 1987.
- CASTAÑÓN, C. A. B. *Recuperação de imagens por conteúdo através de análise multiresolução por wavelets*. Págs. 112. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Paulo, Brasil, 2003.
- CHANG, T.; KUO, C.-C. J. A wavelet transform approach to texture analysis. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 4, p. 661–664, mar. 1992.
- CHOI, H.-I.; WILLIAMS, W. J. Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, v. 37, n. 6, p. 862–871, jun. 1989.
- COIFMAN, R. R. Wavelet analysis and signal processing. In: . Londres, Inglaterra: Springer-Verlag, 1990. p. 59–68. ISBN 0-387-97215-3.
- CUI, L.; LI, H.; ZHOU, Y. Theory of 2-D non-separable optimal M-band wavelets and its applications. In: *GMP '04: Proceedings of the Geometric Modeling and Processing 2004*. Washington, DC, Estados Unidos: IEEE Computer Society, 2004. p. 331–334.
- DAUBECHIES, I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 36, p. 961–1005, set. 1990.
- DAUBECHIES, I. *Ten Lectures on Wavelets*. [S.l.]: SIAM, 1992. (CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics). Págs. 377.
- FUKUDA, S.; HIROSAWA, H. A wavelet-based texture feature set applied to classification of multifrequency polarimetric SAR images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 37, n. 5, p. 2282–2286, set. 1999.
- GOMES, J.; VELHO, L. *From Fourier analysis to wavelets*. Orlando, Estados Unidos: SIGGRAPH'98 Course Notes, SIGGRAPH-ACM publication, 1998. Págs. 210. Disponível em: <<http://www.visgraf.impa.br/Publications/SigGraph98>>.
- Google Maps. 2008. <http://maps.google.com/>, acesso em Novembro de 2008.
- GRAPS, A. An introduction to wavelets. *IEEE Computational Science & Engineering*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, Estados Unidos, v. 2, n. 2, p. 50–61, 1995.
- GROSSMANN, A.; MORLET, J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, v. 15, n. 4, p. 723–736, 1984.
- HAAR, A. Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme. *Mathematische Annalen*, p. 331–371, 1910.

- HE, W.; LAI, M.-J. Examples of bivariate nonseparable compactly supported orthonormal continuous wavelets. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 9, n. 5, p. 949–953, 2000.
- KOVACEVIC, J.; VETTERLI, M. Nonseparable multidimensional perfect reconstruction filter banks and wavelet bases for  $\mathbb{R}^2$ . *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 38, n. 2, p. 533–555, 1992.
- LENDERS, P.; SJOSTROM, A. On the implementation of nonseparable two-dimensional Haar wavelet transforms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 11, p. 3137–3139, nov. 1999.
- LINDEMANN, M. *Approximation properties of non-separable wavelet bases with isotropic scaling matrices – and their relation to Besov spaces*. Págs. 138. Tese (Doutorado) — Universidade de Bremen, Alemanha, 2005.
- LISQ. *A toolbox for the lifting scheme on 2D quincunx grids*. 2008. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13507>, acesso em Novembro de 2008.
- MALLAT, S. Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, v. 37, n. 12, p. 2091–2110, dez. 1989.
- MALLAT, S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 11, n. 7, p. 674–693, jul. 1989.
- MATHWORKS, T. *MATLAB®- The Language of Technical Computing*. 2008. <http://www.mathworks.com/products/matlab/>, acesso em Novembro de 2008.
- MORLET, J. et al. Wave propagation and sampling theory. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, v. 15, n. 4, p. 723–736, 1984.
- MUNEESWARAN, K. et al. Texture classification with combined rotation and scale invariant wavelet features. *Pattern Recognition*, v. 38, n. 10, p. 1495–1506, 2005.
- SILVA, R. da et al. Satellite image segmentation using wavelet transforms based on color and texture features. In: *4th International Symposium on Visual Computing*. Las Vegas, NV, Estados Unidos: Springer-Verlag, 2008.
- WOUWER, G. V. de; SCHEUNDERS, P.; DYCK, D. V. Statistical texture characterization from discrete wavelet representations. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 8, n. 4, p. 592–598, abr. 1999.
- WU, G.; ZHANG, Y.; LIN, X. Wavelet transform-based texture classification with feature weighting. In: *IEEE International Conference on Image Processing*. Kobe, Japão: IEEE Computer Society, 1999. v. 4, p. 435–439.