

Comparação dos modelos APM (*Affine Projection Model*) e RPC (*Rotational Coefficients Model*) para ortorretificação de imagem *Quickbird*

Patricia de Castro Pedro¹
Alzir Fellipe Buffara Antunes¹

¹Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas - UFPR
Caixa Postal 515 – 12201-970 – Curitiba – PR, Brasil.
patricia_p@pop.com.br

Abstract. This paper presents tests are accomplished with images Quickbird (Standard) of Araucaria, a city placed in metropolitan area of Curitiba city. Two pilot areas, with different relief and urban distribution, were selected for the investigation. Ortho-images of these study areas were generated, being used the mathematical model APM (Affine Projection Model) and the Functional Rational model. The results are compared and analyzed to test the hypothesis that the model APM can be used for the orthorectification of images, being considered satisfactory the quality of the position.

Palavras-chave: remote sensing, image processing, orthorectification, sensoriamento remoto, processamento de imagens, ortorretificação.

1. Introdução

As imagens de satélite de alta resolução, comercializadas para uso civil desde setembro de 1999, com o lançamento do satélite *IKONOS II* e em 2001 com o satélite *Quickbird*, proporcionaram aos usuários de imagens de satélite e fotogrametria possibilidades de aplicação bastante variadas.

Nos últimos 15 anos vários modelos matemáticos têm sido formulados para extrair informações 3D e gerar ortoimagens de sensores remotos que utilizam sensores de linha CCD. Modelos matemáticos têm sido desenvolvidos usando o conhecimento de informações do sensor e modificando equações de colinearidade, em alguns casos incluindo parâmetros para modelagem de erros e orientação interior ou calibração em órbita ou ainda, incorporando informações orbitais, Baltsavias *et al* (2001).

Entretanto, os dados das efemérides, dados de calibração do sensor, sua orientação externa e interna não são disponibilizados aos usuários, pois conforme as empresas que comercializam as imagens de alta resolução, o modelo físico do sensor é complexo. Pois na formação da imagem, o sensor adquire uma linha a cada instante, apresentando parâmetros de orientação interna e externa diferentes para cada linha. Para permitir a ortorretificação das imagens, em alguns produtos são disponibilizados arquivos contendo Coeficientes Polinomiais Racionais (RPC – *Rational Polynomial Coefficient*), calculados a partir do modelo físico, sendo capazes de resgatar a geometria da imagem no instante de sua captura, através do Modelo Racional Funcional.

Modelos matemáticos como o modelo APM (*Affine Projection Model*) surgem como alternativa, tendo como principal vantagem sobre o modelo polinomial a facilidade de implementação computacional. Estudos atuais relatam o desenvolvimento e aplicações deste modelo para a ortorretificação como em Shi & Ahaker (2003) e Fraser *et al* (2001) e para a monorestituição Mitishita & Saraiva (2002).

A utilização do modelo RPC está condicionada a imagens específicas, que acompanhem os coeficientes polinomiais e a utilização de programas específicos. A investigação das limitações do modelo APM frente ao Modelo Polinomial Racional em imagens *Quickbird* é fundamental para estabelecer a verdadeira dimensão da contribuição deste modelo alternativo na ortorretificação de imagens.

Neste trabalho foram empregados o modelo RPC disponibilizado em programa comercial e o modelo APM implementado em plataforma *DELPHI*, gerando ortoimagens dos sensor remoto *Quickbird*, as quais foram comparadas, com relação à qualidade posicional. Foram utilizadas áreas de estudo localizadas no município de Araucária, região metropolitana de Curitiba no Paraná e base cartográfica em escala 1:2000. O objetivo geral deste trabalho é avaliar a qualidade posicional das ortoimagens *Quickbird*, sobre um trecho de área urbana, fazendo uso do modelo APM numa análise comparativa com aquelas geradas com modelo Polinomial Racional.

2. Revisão dos Conceitos

O termo retificação advém dos conhecimentos da Fotogrametria, da metodologia de retificação de imagens que segundo Andrade (1998), é o processo de eliminação dos efeitos de inclinação da plataforma, representados pelos ângulos k (*Kappa*), ω (*Omega*) e ϕ (*Fi*), transformando as imagens em verticais. Segundo Hatori *et al* (2000), a ortoimagem é obtida a partir da ortorretificação, que consiste na correção da imagem devido a diversas distorções, especialmente as causadas pela posição do satélite, pela superfície física da Terra (relevo e curvatura) e pela projeção cartográfica.

O princípio da geração de ortoimagens pode ser obtido através do método de retificação diferencial de imagens, que consiste basicamente em atribuir valores de cinza da imagem de Sensoriamento Remoto a cada pixel do Modelo Digital do Terreno. Sendo assim, as coordenadas tridimensionais (X,Y,Z) de cada pixel do MDT são transformadas para o espaço da imagem, utilizando para isso um modelo matemático de mapeamento, obtendo-se as coordenadas de (x,y), o valor de cinza é obtido através de uma interpolação, por um método de reamostragem de pixels, e em seguida armazenado nas mesmas coordenadas (X,Y) do MDT gerando a ortoimagem.

Ostman (1984) define o MDT como a representação da superfície topográfica por meio de um conjunto de coordenadas ou pontos amostrados da superfície real e algoritmos, capazes de reconstruir a partir destes a superfície real. A elaboração do modelo matemático consiste no agrupamento dos dados que descrevem a superfície real, em unidades lógicas denominadas de estruturas de dados e na determinação de funções de interpolação, de forma que todo o conjunto simule de modo idealizado o comportamento da superfície original. São muitas as formas de elaboração dos modelos digitais. De forma geral, os pontos são interligados formando polígonos e posteriormente poliedros. Os vértices destes poliedros são os pontos amostrados. Podem-se obter vários tipos de poliedros onde os mais utilizados são a triangulação e a malha regular.

2.1 Modelos Matemáticos

Os modelos matemáticos utilizados na ortorretificação de imagens de satélite podem seguir a modelagem rigorosa ou a modelagem não-paramétrica. Modelos rigorosos são baseados nas equações de colinearidade que são adaptadas para técnica de aquisição de dados do tipo *pushbroom*, usada pelos satélites sensores de alta resolução, conforme afirma Boccardo (2004). Esses modelos descrevem a geometria rigorosa de varredura, utilizando dados conhecidos como a trajetória do satélite, dados de calibração do sensor, bem como os modelos de câmera e os dados das efemérides do satélite. O conhecimento de tais dados não é trivial, pois não são fornecidos aos usuários, de acordo com a política de venda das empresas que comercializam as imagens de alta resolução.

Os modelos generalizados ou não paramétricos independem do tipo de plataforma e sensor e são vastamente utilizados em Sensoriamento Remoto, conforme Tao *et al* (2000).

2.1.1 Modelo Polinomial Racional

Segundo Tao (2000), o modelo generalizado mais comumente utilizado é baseado nos polinômios racionais 3D, os quais na literatura são conhecidos como Modelo Funcional Racional (RFM – *Rational Function Model*), Coeficiente Polinomial Racional (RPC – *Rational Polynomial Coefficient*) e Coeficiente Funcional Racional (RFC – *Rational Function Coefficient*).

O Modelo Funcional Racional (RFM) definido por 78 coeficientes denominados Coeficientes Polinomiais Racionais (RCP's), é um modelo alternativo adotado e distribuído pela *Space Imaging* e *Digital Globe* em seus produtos, permitindo processamentos como a ortorretificação e a reconstrução de estéreo pares, segundo Xu (2004). As equações abaixo apresentam a formulação matemática do RFM.

$$r_n = \frac{p1(X_n, Y_n, Z_n)}{p2(X_n, Y_n, Z_n)} = \frac{\sum_{i=0}^{m1} \sum_{j=0}^{m2} \sum_{k=0}^{m3} a_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k}{\sum_{i=0}^{m1} \sum_{j=0}^{m2} \sum_{k=0}^{m3} b_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k} ; \quad (1)$$

$$c_n = \frac{p3(X_n, Y_n, Z_n)}{p4(X_n, Y_n, Z_n)} = \frac{\sum_{i=0}^{m1} \sum_{j=0}^{m2} \sum_{k=0}^{m3} c_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k}{\sum_{i=0}^{m1} \sum_{j=0}^{m2} \sum_{k=0}^{m3} d_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k} ; \quad (2)$$

Onde (r_n, c_n) são as linhas e colunas normalizadas dos pixels no espaço imagem (X_n, Y_n, Z_n) são valores das coordenadas normalizadas no espaço do terreno. Os coeficientes polinomiais $a_{ijk}, b_{ijk}, c_{ijk}, d_{ijk}$ são chamados de Coeficientes Racionais Funcionais (RFC). Esses Coeficientes Racionais Funcionais, segundo Xu (2004), são geralmente polinômios de terceira ordem. Os arranjos dos termos do polinômio, ou número de termos, são diversificados. No entanto, a definição do NIMA (*National Imagery and Mapping Agency*), agência americana de mapeamento, é de que tanto numerador como o denominar possuam 20 termos cúbicos, sendo adotado pela *Space Imaging* e *Digital Globe*, como o número de termos ideal tornando-se uma espécie de padrão.

As razões dos termos de 1º ordem representam distorções causadas pela projeção óptica, enquanto as correções sobre a curvatura da Terra, refração atmosférica e distorções das lentes, podem ser modelados pelos termos de segunda ordem. Outras distorções mais complexas e desconhecidas com componentes de ordem maior podem ser absorvidas pelos termos de terceiro grau. Os coeficientes polinomiais também são chamados RPC (*Rational Polynomial Coefficients*) ou dados polinomiais racionais de câmera. O termo modelo RPC, freqüentemente refere-se ao caso específico do RFM, na forma direta com polinômios de terceira ordem, e são usualmente resolvidos com a abordagem independente do terreno, onde o modelo físico é imprescindível para a determinação dos coeficientes de transformação. Primeiramente, uma grade bidimensional de pontos é gerada sobre toda a extensão da imagem, em seguida são calculadas as coordenadas tridimensionais através do modelo físico, formando uma grade tridimensional tendo como limites a extensão da imagem e a amplitude do relevo do terreno. A grade tridimensional é interceptada por camadas com pontos de mesma altura. O Modelo Racional Funcional relaciona os dois conjuntos de coordenadas sendo estimados, através de um ajustamento, os respectivos coeficientes, Hu *et al* (2004), aborda de forma detalhada a solução do RFM.

2.1.2 Affine Projection Model – APM

De acordo com Lugnani (1987) o modelo matemático APM também conhecido como Equação de Projeção Paralela, projeta o espaço 3D no plano 2D, é um caso particular da projeção central onde o centro de projeção foi deslocado para o infinito.

Conforme Okamoto (1999), o modelo matemático APM pode ser extraído da equação de colinearidade, mediante simplificações, pois segundo Fraser *et al* (2001), o sensor de linha CCD dos imageadores de alta resolução possui uma grande distância focal e um estreito campo de visada. Isso faz com que a imagem apresente projeção central unidimensional no sentido de varredura do satélite (sentido y). Com isso, para efeito de cálculo pode-se considerar a projeção da imagem como sendo uma projeção paralela. Assumindo que o movimento do satélite é linear e considerando que os parâmetros de orientação do satélite tornem-se constantes para uma pequena área imageada, pode-se escrever a condição de colinearidade para a varredura de uma linha (i).

$$0 = a_{11}(X - X_{0i}) + a_{12}(Y - Y_{0i}) + a_{13}(Z - Z_{0i})$$

$$y = -c \frac{a_{21}(X - X_{0i}) + a_{22}(Y - Y_{0i}) + a_{23}(Z - Z_{0i})}{a_{31}(X - X_{0i}) + a_{32}(Y - Y_{0i}) + a_{33}(Z - Z_{0i})} \quad (3)$$

Onde: $0, y$ – são as coordenadas dos pontos no espaço imagem; X, Y, Z - são as coordenadas dos pontos no espaço objeto; a_{ij} são os elementos da matriz de rotação $(R_{\phi_i} R_{\omega_i} R_{\kappa_i})^T$ para uma linha (i); c é a distância focal e (X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}) são as posições do centro de projeção no instante da varredura. Considerando a geometria de obtenção da imagem como uma projeção paralela, pode-se considerar no infinito a distância c , com isso a expressão (3), é reescrita como:

$$0 = a_{11}(X - X_{0i}) + a_{12}(Y - Y_{0i}) + a_{13}(Z - Z_{0i}) ; \quad (4)$$

$$y = a_{21}(X - X_{0i}) + a_{22}(Y - Y_{0i}) + a_{23}(Z - Z_{0i}) ; \quad (5)$$

Onde, a_{ij} ($i=1,2,3; j=1,2,3$) são os elementos da matriz $(R_{\phi_i} R_{\omega_i} R_{\kappa_i})^T$. O centro de projeção de cada linha pode ser descrito pela expressão (6), pois o sensor move-se linearmente no espaço e os parâmetros de orientação são considerados como constantes. Sendo X_0 e ΔX_i valores constantes e i o número da linha. De forma análoga, são definidas expressões para Y_{0i} e Z_{0i} . A expressão (7) descreve a linha i , obtida através da substituição da expressão (6) na (4):

$$X_{0i} = X_0 + \Delta X_i ; \quad (6)$$

$$i = \frac{a_{11}(X - X_0) + a_{12}(Y - Y_0) + a_{13}(Z - Z_0)}{a_{11}\Delta X + a_{12}\Delta Y + a_{13}\Delta Z} ; \quad (7)$$

Substituindo a linha i pela coordenada x , considerando os parâmetros de orientação constantes, a expressão (7) é expressa por:

$$x = \frac{a_{11}(X - X_0) + a_{12}(Y - Y_0) + a_{13}(Z - Z_0)}{a_{11}\Delta X + a_{12}\Delta Y + a_{13}\Delta Z} ; \quad (8)$$

Organizando a expressão 8 em função dos coeficientes constantes, e de forma análoga para a expressão (5) tem-se:

$$x = A_1X + A_2Y + A_3Z + A_4 ; \quad (9)$$

$$y = A_5X + A_6Y + A_7Z + A_8 ; \quad (10)$$

Onde, (x,y) são as coordenadas no referencial imagem; (X, Y,Z) são as coordenadas tridimensional no referencial objeto e (A_1, A_2, \dots, A_8) são os parâmetros de transformação. As expressões (9) e (10) compõem o modelo matemático APM.

3. Experimentos

Neste trabalho utilizou-se a imagem *Quickbird*, produto *Standard*, tipo PAN/MSI, com resolução espacial de 0,60 metros, de parte do município de Araucária, na região metropolitana de Curitiba no Paraná.

As condições impostas para a aplicação do modelo APM no processo de ortorretificação em imagens de alta resolução, como a aproximação de uma projeção paralela no sentido do deslocamento do satélite e a consideração do movimento linear do sensor, implicam diretamente no tamanho (linha, coluna) da imagem a ser ortorretificada pelo modelo. Desta forma, para investigar o desempenho do modelo com relação ao tamanho e ao relacionamento linha coluna das imagens quanto à absorção ou introdução de erros, estabeleceu-se valores de linha e coluna para a imagem *Quickbird* :- Área 1 – 3500 colunas, 2500 linhas; - Área 2 – 3000 colunas, 3000 linhas. Portanto, têm-se duas áreas de estudo em cada imagem denominadas área 1 e área 2.

O MDT das áreas de estudo, foi gerado utilizando-se o programa *ArcGis 8.0* com auxílio do módulo *3D Analyst*. A representação do relevo através da geração da TIN foi escolhida devido à densidade das informações altimétricas disponíveis na base cartográfica em escala 1:2000, curvas de nível com equidistância de um metro, pontos cotados e edificações, em projeção UTM e datum SAD 69, além do tamanho reduzido das áreas de estudo. Preservando, desta forma, as características topográficas da região que apresenta depressões suaves.

Os pontos de controle foram escolhidos entre as feições com melhor identificação na imagem, constituindo exclusivamente de edificações bem definidas e sem indícios de sombreamento, com abrangência em toda a extensão da imagem. Inseriu-se pontos de checagem em áreas próximas e afastas aos pontos de controle, a fim de testar a capacidade de modelagem.

3.1. Geração das Ortoimagens - Aplicação do Modelo APM

Para a ortorretificação das imagens através do modelo APM, foi utilizado um programa elaborado em plataforma DELPHI 4.0. Os pontos de controle foram inseridos através de arquivos no formato de texto, sendo removidos ou editados, conforme a configuração dos valores de RMS (erro médio quadrático) individual ou total.

Do modelo matemático descrito pelas expressões (9) e (10), têm-se 2(duas) equações a 8 (oito) parâmetros, desta forma são necessários quatro (4) pontos de controle para que o sistema de equações tenha solução única. No entanto, para otimizar a estimação dos parâmetros, através da aplicação do Método de Ajustamento Paramétrico, onde deve haver superabundância de observações, foram distribuídos uniformemente 30 pontos de controle, de acordo com a correspondência entre a base cartográfica e a imagem.

O MDT com resolução de 0,60 metros para a imagem do sensor *Quickbird*, foi inserido em formato de texto. As imagens ortorretificadas foram armazenadas em formato *raw* e as informações das coordenadas do primeiro pixel da imagem em arquivo de texto, as quais possibilitaram posteriormente o armazenamento das imagens em um formato com suporte as informações cartográficas, no caso, o formato *geotiff*.

3.2. Geração das Ortoimagens - Aplicação do Modelo Polinomial Racional

A determinação dos coeficientes polinomiais contidos nos arquivos disponibilizados é realizada previamente pela empresa que as comercializa, utilizando a imagem em seu tamanho original. Pois, os coeficientes descrevem a geometria da imagem no instante em que foi coletada, portanto estão associados à imagem completa. Com isso, executou-se a ortorretificação da imagem, primeiramente com as bandas multiespectrais e em seguida, com

a banda pancromática. Posteriormente, efetuou-se a fusão dos dados pelo método da transformação IHS, seguindo o recorte das áreas 1 e 2 para análise.

4. Resultados e Discussões

Os resultados encontrados após a comparação entre as coordenadas dos pontos de controle nas ortoimagens geradas com os modelos APM e Polinomial Racional, com as respectivas coordenadas na base cartográfica digital oriunda da restituição aerofotogramétrica são expostos na **tabela 1**.

As ortoimagens das áreas 1 e 2, geradas com o modelo APM, apresentaram valores de erro médio quadrático RMS de mesma grandeza, 0,67 metros, o que corresponde a aproximadamente a resolução espacial da imagem, que é de 0,60 metros. Os vetores dos resíduos do ajustamento apresentaram uma distribuição não tendenciosa dos vetores em relação à direção e sentido. Contudo, na região central da área 1, notou-se que seis pontos apresentavam maiores valores de resíduos. Confrontando-se os valores altimétricos destes pontos com os valores dos respectivos resíduos, não houve o estabelecimento de algum padrão de comportamento, ou seja, o acúmulo dos maiores valores dos resíduos na região central não tem relação com a altimetria da região.

Analisando os vetores resultantes das discrepâncias estabelecidas pela comparação das coordenadas da base cartográfica digital e das coordenadas nas ortoimagens, para os pontos de controle das áreas 1 e 2, **figuras 1A e 1B**, observa-se que 81% e 60%, respectivamente, dos vetores apresentam direção próxima ao alinhamento de varredura transversal (*along-tracking*), com sentido para leste.

Tabela 1 - Resumo dos resultados

		Ptos Controle	Ptos Checagem	Resíduos Ajust.	Erro Plan.
Quickbird	Área 1	APM 14 (0,686m)	16 (1,304 m)	Sem tendência	$\bar{x} = 0,622\text{m}$ $s = 0,398 \text{ m}$
		RPC	-	Tendência Leste	$\bar{x} = 10,57\text{m}$ $s = 0,90 \text{ m}$
	Área 2	APM 18 (0,664m)	15 (2,285 m)	Sem tendência	$\bar{x} = 0,717\text{m}$ $s = 0,495 \text{ m}$
		RPC	-	Tendência Leste	$\bar{x} = 10,09\text{m}$ $s = 0,954 \text{ m}$

Analisando na **figura 2**, os vetores resultantes da discrepância das coordenadas da base cartográfica e das coordenadas das ortoimagens, geradas com o modelo polinomial racional, para os pontos de checagem nas áreas 1 e 2, apresentaram uma distribuição tendenciosa à direção próxima ao alinhamento de varredura transversal (*along-tracking*) e com sentido para leste. Erros residuais semelhantes foram encontrados em Hanley & Fraser (2004) e Croitoru *et al* (2004), sendo sugestivamente atribuídos às perturbações na velocidade de varredura associados a distorções de primeira ordem na escala, e que o modelo matemático não foi capaz de eliminar. As ortoimagens *Quickbird* analisadas sob o aspecto da qualidade posicional apresentaram precisão satisfatória, um pouco acima do valor correspondente a ½ da resolução espacial da imagem, sendo semelhantes aos resultados encontrados em Yamakawa & Fraser (2004).

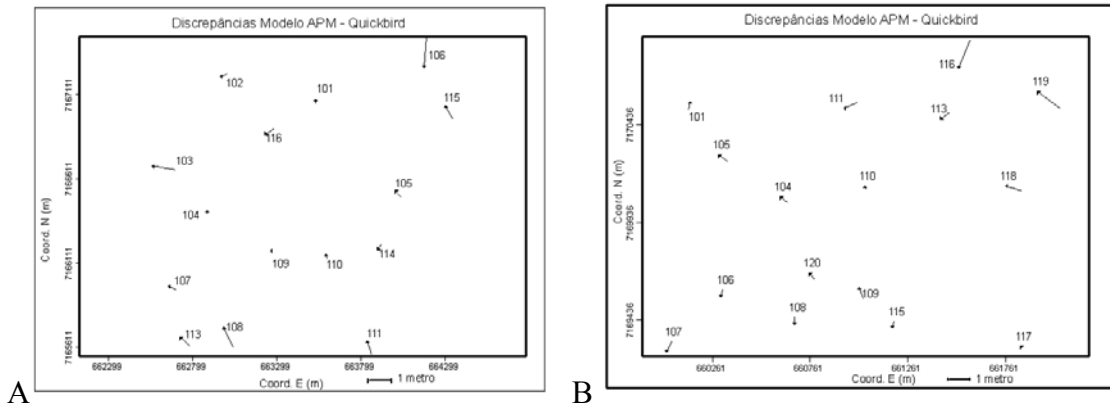


Figura 1 – Diferença entre as coordenadas dos pontos de checagem coletadas na base cartográfica e nas ortoimagens (APM) . A)área 1 – imagem *Quickbird*; b)área 2 – imagem *quickbird*;

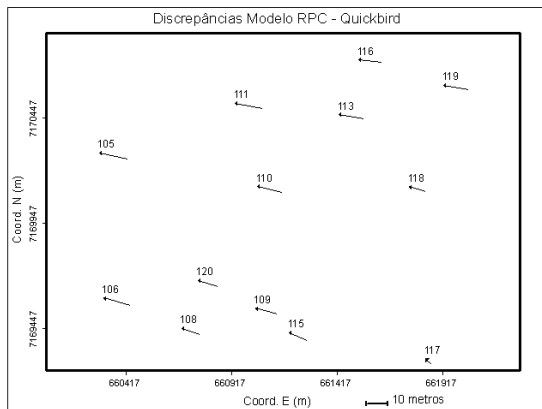


Figura 2 – Diferença entre as coordenadas dos pontos de checagem na base cartográfica e nas ortoimagens (Modelo Polinomial Racional).

5. Conclusões

Os resultados obtidos para a imagem *Quickbird* utilizando-se os modelos APM e RPC para a ortorretificação, foram significativamente diferentes. Há identificação de uma tendência sistemática nas ortoimagens geradas com o modelo RPC aliado à baixa qualidade posicional encontrada, versus a precisão de aproximadamente um pixel da ortoimagem *Quickbird*, somado a ausência de tendências sistemáticas nos resíduos nas ortoimagens geradas com o modelo APM, destaca-o, neste caso, como uma transformação adequada a ortorretificação de imagens de alta resolução.

Embora a tendência sistemática dos vetores dos resíduos não seja evidente, pode-se concluir observando-se a direção e sentido dos vetores, que existem perturbações na velocidade de varredura, sendo assim, as características do tipo de imagem, *Quickbird Standard*, em modo de varredura *Reverse*, afetam o desempenho dos modelos, e conseqüentemente a qualidade posicional final obtida. Os produtos disponíveis no mercado são variados e estão agregados ao tipo de pré-processamento efetuado pelas empresas que as comercializam, sendo a análise do tipo de produto fundamental para a correta interpretação do desempenho desses modelos para a ortorretificação.

Os resultados obtidos com modelo polinomial racional na ortorretificação das imagens foram semelhantes aos encontrados em outros estudos, sobretudo, a tendenciosidade significativa dos vetores dos resíduos dos pontos de checagem.

O modelo de transformação APM conseguiu modelar as deformações existentes nas imagens *Quickbird*, atingindo uma precisão em torno de 0,5 m a 0,7 m, para a ortoimagens. No entanto, deve-se ter cautela quanto ao uso generalizado de ortoimagens geradas com o modelo APM, sem análise da geometria de imageamento e da precisão posicional.

O MDT utilizado para os modelos APM e RPC mostrou-se adequado, entretanto, a utilização das alturas das edificações aumentaria a precisão obtida bem como, permitiriam o estudo e análise da oclusão nas ortoimagens geradas.

Contudo, a utilização do modelo APM para ortorretificação de imagens apresentou a principal vantagem de que esta pode ser feita em áreas menores que com o Modelo Polinomial, que depende dos coeficientes polinomiais, e conseqüentemente do tamanho da imagem (linhas e colunas) em que estes foram gerados. Reduzindo com isso, além do tempo de processamento dos dados o custo final das imagens, uma vez que são vendidas em função de sua área.

7. Referências Bibliográficas

Andrade, J.B. **Fotogrametria**. Curitiba, 258p. 1998.

Baltsavias, E.; Pateraki, M.; Zhang, L. Radiometric and geometric evaluation of IKONOS Geo Images and their use for 3D building modelling. **Proc. Joint ISPRS Workshop “High Resolution Mapping From Space 2001”**. Hannover, Germany, 79-21 September 2001.

Croitoru A.; Hu Y.; Xu Z.; Wang F.; Lenson P. Single and stereo based 3d metrology from high-resolution imagery :methodologies and accuracies. **Internacional Archives of photogrammetry and Remote Sensing**. Istambul. Vol. 20. 2004. 12-23p.

Fraser, C.S.; Hanley, H.B.; Yamakawa T. Sub-metre geopositioning with IKONOS geo imagery. **Joint ISPRS Workshop “High Resolution Mapping From Space 2001”**. Hannover, Germany, 79-21 September 2001.

Hattori, S.; Ono, T. ;Fraser, C. Orientation of high resolution satellite images based on affine projection. **Internacional Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Vol XXXIII, Part3, Amsterdam. 2000.

Lugnani, J.B. **Introdução à Fototriangulação**. UFPR. Curitiba. 1987. 134p.

Mitishita, E.; Saraiva, C. Modelos matemáticos para fins de monorestituição de imagens de alta resolução IKONOS 2 – GEO. **Anais do Simpósio Brasileiro de Geomática**. Presidente Prudente – SP. 9-13 julho 2002.

Okamoto, A. O; Geometric Characteristecs of Alternative Models for Satellite Imagery. **Proceedings of ASPRS**, Anual Conference, 1999.

Shi, W.; Ahaker, A. Analysis of terrain elevation effects on IKONOS imagery rectification accuracy by using non- rigorous models. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, Vol. 69. n.º 12. December 2003.. 1359-1366 p.

Tao, C.; Mercer, J.; Schnick, S.; Zhang, Y. Image rectification using a generic sensor model – Rational Function Model, **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, Vol. XXXIII, Part B3. Amsterdam 2000.