

## Implementação da transformação projetiva na TerraLib: uma análise comparativa com a transformação afim

Emerson Magnus de Araújo Xavier <sup>1,2</sup>

Leila Maria Garcia Fonseca <sup>2</sup>

Júlio César Lima d'Alge <sup>2</sup>

Emiliano Castejon <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Diretoria de Serviço Geográfico – DSG  
Quartel General do Exército, Bloco "F", 2º Piso - 70630-901 - Brasília - DF, Brasil  
emerson@dpi.inpe.br

<sup>2</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE  
Caixa Postal 515 - 12245-970 - São José dos Campos - SP, Brasil  
{leila, julio, castejon}@dpi.inpe.br

**Abstract:** Image registration is one of the basic image processing operations. This operation involves basically the identification of control points in the images and calculation of the transformation function to adjust the images. The polynomial transformation is the most used in the registration process but the projective transformation is an alternative model that can show better results for specific types of image. Therefore, this work aims to present a projective transformation model with adaptive parameters. This model was implemented in the TerraLib and tested for registering images CBERS-2 CCD, Ikonos, Quickbird and photos.

**Palavras-chave:** projective transformation, image registration, mosaic, transformação projetiva, registro de imagens, mosaico.

### 1. Introdução

Um problema frequentemente encontrado na área de processamento digital de imagens é a conversão de coordenadas de um sistema retangular para outro. Isto ocorre porque as imagens de sensoriamento remoto, normalmente, são disponibilizadas com uma correção geométrica baseada em parâmetros orbitais, que não é capaz de traduzir a realidade do terreno com precisão semelhante à sua resolução espacial.

Nesse contexto, surge a necessidade de registrar as imagens, na fase de pré-processamento, de forma que ela esteja vinculada a um sistema de referência terrestre, normalmente uma projeção cartográfica. O processo de registro é realizado, basicamente, em três etapas: identificação de pontos de controle, definição da função de transformação para corrigir os dados e a interpolação (Fonseca and Manjunath, 1996). Na fase de transformação, pode-se utilizar diferentes modelos matemáticos, dos quais o modelo polinomial é o mais comumente usado. Segundo Machado e Silva (1989), a transformação projetiva é um modelo alternativo no processo de registro.

Dentro deste contexto, o objetivo deste trabalho é implementar e testar um algoritmo de transformação projetiva com parâmetros adaptativos para o registro de imagens de sensoriamento remoto.

Parte-se de duas hipóteses iniciais:

- A transformação projetiva plana pode ser empregada com sucesso no registro de imagens de satélite;
- Os resultados podem ser melhorados através do emprego de novos parâmetros (adaptativos) que normalmente não constam da formulação.

A determinação de uma transformação geométrica consiste basicamente nos cálculos de seus parâmetros. Os pontos utilizados nesse cálculo devem ser homólogos nos dois sistemas

de referência em que se deseja empregar tal transformação. Segundo Pereira et al. (2004), esses pontos são usualmente conhecidos como pontos de controle (PC).

Após os cálculos desses parâmetros, a imagem original pode ser convertida para o novo sistema de coordenadas que resultará numa imagem normalmente diferente da original. Porém, é interessante que, antes de utilizar esta nova imagem, faça-se uma análise mais abrangente da qualidade do registro utilizando pontos de checagem independentes, ou simplesmente pontos de teste (PT).

O algoritmo da função projetiva foi implementado usando a biblioteca TerraLib e está integrado com as demais ferramentas de processamento de imagens desta biblioteca. A TerraLib é um projeto de software livre que permite o trabalho colaborativo entre a comunidade de desenvolvimento de aplicações geográficas. É composta de uma biblioteca de classes escritas em C++ e é baseada numa arquitetura de camadas (Casanova et al., 2005).

Na próxima seção, este trabalho apresenta o modelo matemático da transformação projetiva, seguido pela metodologia para uso dos parâmetros adaptativos. A seção 4 apresenta os experimentos realizados e os resultados obtidos. A seção 5 apresenta uma análise mais abrangente dos resultados bem como sugestões para trabalhos futuros.

## 2. Transformação projetiva

As equações da transformação projetiva plana permitem um cálculo analítico das coordenadas  $uv$  depois que essas são projetadas em um plano oriundas de outro plano não-paralelo  $xy$ . Essas equações são mais comumente utilizadas em retificação analítica de imagens e são representadas matematicamente por:

$$u = \frac{b_{11} \cdot x + b_{12} \cdot y + b_{13}}{b_{31} \cdot x + b_{32} \cdot y + 1} \quad (1)$$

$$v = \frac{b_{21} \cdot x + b_{22} \cdot y + b_{23}}{b_{31} \cdot x + b_{32} \cdot y + 1} \quad (2)$$

Onde  $b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{31}, b_{32}$  são os parâmetros da transformação;  $x, y$  são os valores medidos no sistema de referência e  $u, v$  são os valores calculados para o sistema de ajuste.

As equações (1) e (2) derivam diretamente das equações de colinearidade, relação fundamental da fotogrametria analítica, de acordo com Wolf (2000). Os oito parâmetros podem ser calculados com pelo menos quatro pontos, onde três não podem ser colineares. Porém é interessante calcular os parâmetros dessa transformação através de um ajustamento, utilizando para isso cinco pontos diferentes, de forma a obter um sistema sobredeterminado.

### 2.1. Solução determinística

Caso sejam empregados apenas quatro PCs para o cálculo dos parâmetros uma solução determinística para o sistema de equações será obtida, posto que existirão oito parâmetros e oito observações (um  $x$  e um  $y$  por ponto). A formulação correspondente está apresentada de acordo com Albertz e Kreiling (1989), nas equações (3) e (4).

$$x_i \cdot b_{11} + y_i \cdot b_{12} + b_{13} - x_i \cdot u_i \cdot b_{31} - y_i \cdot u_i \cdot b_{32} = u_i \quad (3)$$

$$x_i \cdot b_{21} + y_i \cdot b_{22} + b_{23} - x_i \cdot v_i \cdot b_{31} - y_i \cdot v_i \cdot b_{32} = v_i \quad (4)$$

Onde  $x_i, y_i$  representam as coordenadas do ponto  $i$  no sistema de referência; e  $u_i, v_i$  os valores calculados da coordenada no sistema de ajuste, com  $i$  variando de 1 a 4. É possível obter os parâmetros da transformação através de um simples sistema de equações.

De posse desses parâmetros é possível mapear cada coordenada no sistema  $xy$  para o sistema  $uv$  através das equações (1) e (2). Convém salientar que esta é a solução

determinística para a transformação projetiva, sem nenhuma possibilidade de análise da qualidade dos cálculos realizados.

## 2.2. Solução sobredeterminada

A solução através de um sistema sobredeterminado, ou seja, com mais observações do que parâmetros, permite uma análise mais elaborada dos cálculos realizados na determinação dos coeficientes da transformação. Neste caso, uma solução simples e muito utilizada é aquela que usa o princípio dos mínimos quadrados (Machado e Silva, 1989).

De acordo com Vasconcellos (1999), os parâmetros podem ser obtidos através de um ajustamento pelo Modelo Paramétrico, utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). A condição de aplicação do MMQ ao sistema é que existam  $n$  observações e  $m$  parâmetros, em que seja válida a relação  $n > m$ . Como os parâmetros são sempre em número de oito, deve-se colher pelo menos cinco pontos homólogos nos dois sistemas a fim de aplicar este modelo matemático.

O modelo paramétrico se caracteriza por poder explicitar as observações em função dos parâmetros, conforme equação (5). A aplicação linear que caracteriza o modelo paramétrico é dada por:

$$F(X_a) = L_a \quad (5)$$

$$A \cdot X = L \quad (6)$$

Ainda segundo Vasconcellos (1989), uma das condições de aplicação do MMQ é a possibilidade de linearização. A transformação projetiva implica em um modelo não-linear, conforme pode ser observado nas equações (1) e (2). Faz-se necessário aplicar a linearização por desenvolvimento em Série de Taylor para esta formulação, cujo resultado pode ser observado na equação (7), para  $i$  variando de 1 até  $n$  (número de PCs). Os valores dos parâmetros calculados nesse momento são os constantes da aproximação inicial  $X_0$ .

$$A = \begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_i \cdot u_i & -y_i \cdot u_i \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & 1 & -x_i \cdot v_i & -y_i \cdot v_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{b_{31} \cdot x_i + b_{32} \cdot y_i + 1} \quad (7)$$

Aplicando o MMQ, de forma semelhante ao modelo linear, o vetor solução pode ser obtido através da seguinte equação:

$$X = -(A^t \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot (A^t \cdot P \cdot L) \quad (8)$$

Onde:

- $X_a$  : vetor dos parâmetros ajustados;
- $L_a$  : vetor das observações ajustadas;
- $A$  : matriz que representa o modelo linear utilizado;
- $P$  : matriz peso das observações;
- $X_0$  : vetor dos parâmetros iniciais, ou estimativa *a priori*;
- $X = X_a - X_0$  : vetor das correções ao vetor  $X_0$  ou vetor solução;
- $L_0$  : vetor das observações derivadas de  $X_0$  ( $F(X_0)$ ); e
- $L = L_0 - L_b$ .

Através de um processo iterativo, que deve cessar quando o vetor  $X$  não apresentar variações significativas, os parâmetros ajustados podem ser obtidos através da equação (9), lembrando que o valor de  $X_0$  será atualizado para cada passagem.

$$X_a = X_0 + X \quad (9)$$

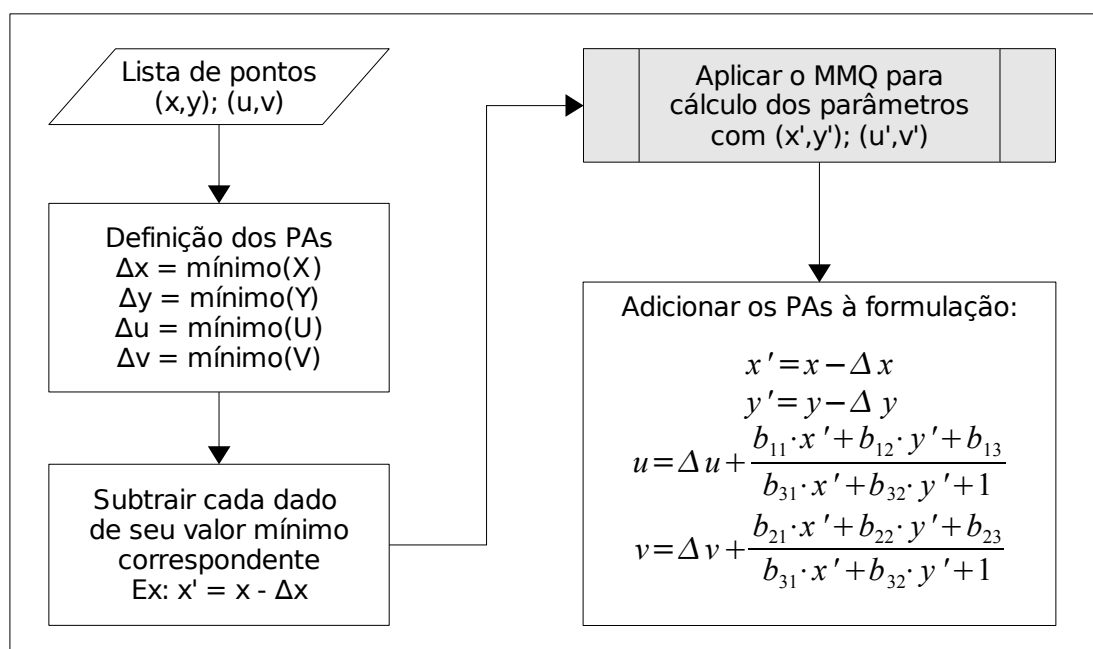
### 3. Parâmetros adaptativos

A transformação projetiva plana apresenta em sua formulação dois parâmetros que estão relacionados diretamente à translação do sistema:  $b_{13}$  e  $b_{23}$ . Porém, tais parâmetros são influenciados diretamente pelo denominador da expressão, que está vinculado a outros parâmetros também envolvidos no processamento:  $b_{31}$  e  $b_{32}$ .

De forma a diminuir a influência dos parâmetros do denominador na translação do sistema, este artigo propõe o uso de **parâmetros adaptativos** (PAs), que são parâmetros independentes do modelo matemático do MMQ mas que podem trazer melhoria significativa quando na utilização da transformação projetiva.

Tais parâmetros são matematicamente definidos como um deslocamento *a priori* do sistema. Devem ser calculados antes da execução do MMQ, adaptando as observações de entrada e novamente introduzidos quando os demais parâmetros estiverem calculados.

Seu uso está explicado no fluxograma da **Figura 1**. A notação  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta u$  e  $\Delta v$  para identificar tais parâmetros será usada.



**Figura 1.** Fluxograma de uso dos parâmetros adaptativos.

### 4. Experimentos

Testes são essenciais para o desenvolvimento de qualquer algoritmo. Para validar a implementação realizada, foram executados os seguintes testes, descritos nas subseções seguintes:

- Registro imagem-imagem: imagens do sensor CBERS-2 CCD;
- Registro imagem-terreno: imagens dos satélites Ikonos e QuickBird com pontos medidos no terreno;
- Registro foto-foto: fotos aéreas disponibilizadas pelo IBGE.

A apresentação dos resultados, normalmente, utiliza gráficos que comparam a transformação afim com a projetiva, com duas colunas por série. Neste artigo foi adotado o seguinte critério na elaboração dos gráficos:

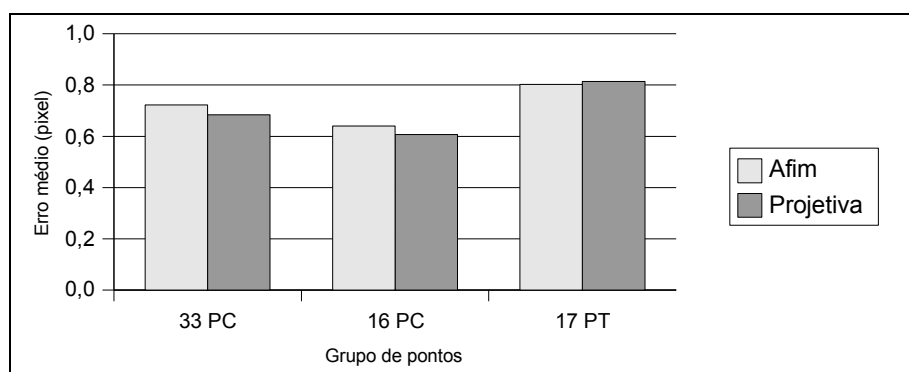
- Primeira série: resultados considerando todos os pontos disponíveis como PCs;
- Segunda série: resultados para um subconjunto dos pontos inicialmente utilizados;

- Terceira série: resultados considerando como PTs os demais pontos não incluídos na segunda série.

#### 4.1. Registro imagem-imagem

Para o registro imagem-imagem, optou-se por utilizar imagens CBERS-2 CCD, composição R3G4B2, com 20 metros de resolução espacial, numa área que cobre a região metropolitana de São Paulo. A imagem de ajuste foi tomada no ano de 2006, enquanto que a imagem de referência é de 2005.

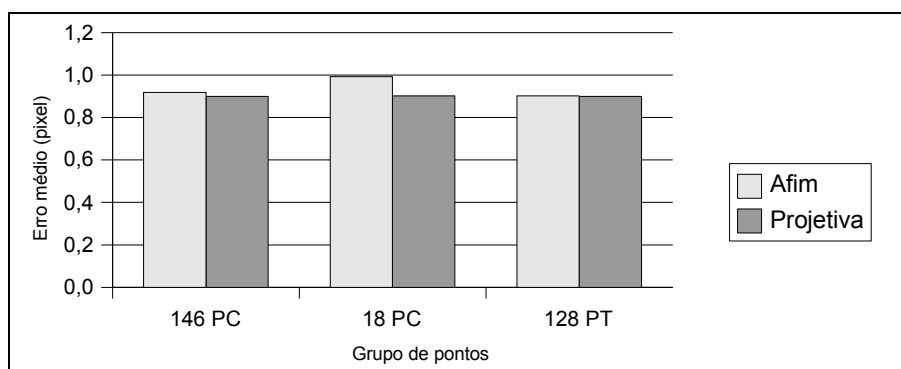
Nesse primeiro momento, foram coletados manualmente 33 pontos de controle bem distribuídos sobre as imagens, com o uso do *plugin* de registro do aplicativo TerraPixel, que está em desenvolvimento na divisão de processamento de imagens (DPI) no INPE. Toda a modelagem foi realizada em cima das coordenadas de imagem (em *pixels*). Os resultados do erro de registro utilizando a transformação afim e a projetiva são apresentados no gráfico da **Figura 2**.



**Figura 2.** Registro imagem-imagem considerando 33 pontos de controle.

Da análise do gráfico na **Figura 2** percebe-se que o uso da transformação projetiva apresentou resultados bastante similares aos produzidos pela transformação afim, tanto nos PCs como nos PTs.

Para uma nova rodada de testes, foram coletados 146 pontos homólogos, de forma automática, sobre essas mesmas imagens utilizando o aplicativo Regeemy (Fonseca et al., 2006). Os resultados são mostrados no gráfico da **Figura 3**.



**Figura 3.** Registro imagem-imagem considerando 146 pontos de controle.

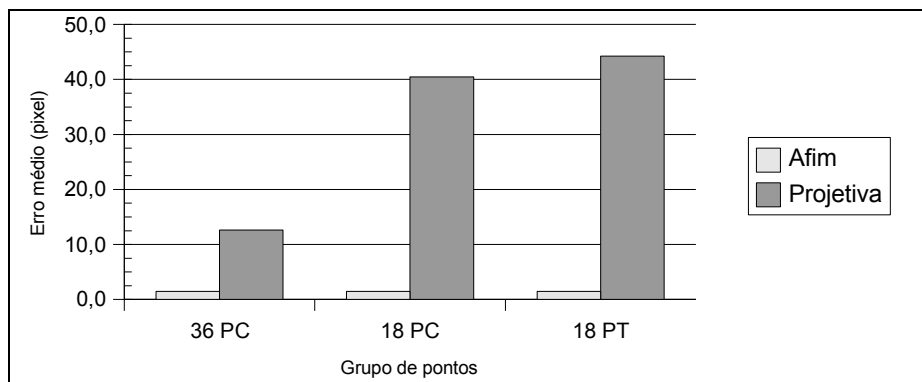
#### 4.2. Registro imagem-terreno

Segundo Mather (1999), é possível georreferenciar uma imagem digital não apenas efetuando seu registro com uma imagem já georreferenciada, mas também utilizando PCs determinados

de outras maneiras. Esses pontos podem vir de levantamentos topográficos, mapas vetoriais ou outras fontes de informação geográfica, desde que seja possível identificar pontos homólogos na imagem de trabalho.

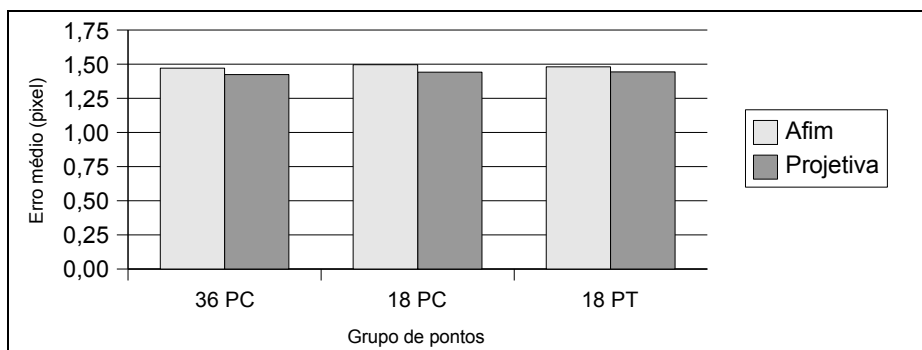
Foi realizado um teste com o registro de uma imagem Ikonos II-Geo Pan-Sharpned, com resolução espacial de 1 m. Foram utilizados 36 pontos de controle determinados através de uma base cartográfica digital na escala 1:2.000, disponibilizada pelo Instituto Pereira Passos. Tal imagem engloba parte da região central da cidade do Rio de Janeiro e foi utilizada por Pereira et al. (2004).

Na **Figura 4** é possível observar os resíduos para o registro utilizando 36 pontos de controle, tanto na transformação afim como na projetiva. Percebe-se claramente que a transformação projetiva obteve um resíduo médio bem superior ao da transformação afim. Convém observar que no cálculo dos parâmetros, que normalmente vinha convergindo por volta da terceira ou quarta iteração, chegou a um limite estipulado de 20 iterações sem ter ocorrido a convergência.



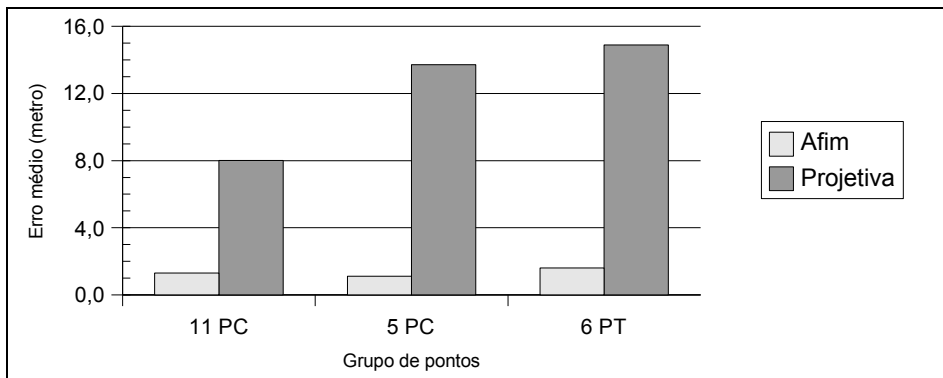
**Figura 4.** Registro imagem-terreno considerando 36 pontos.

Utilizando os parâmetros adaptativos, os resultados na transformação projetiva foram bastante similares aos obtidos na afim, até um pouco melhores. Esse fato comprova a validade da aplicação desses novos parâmetros. Os resultados são apresentados no gráfico da **Figura 5**.

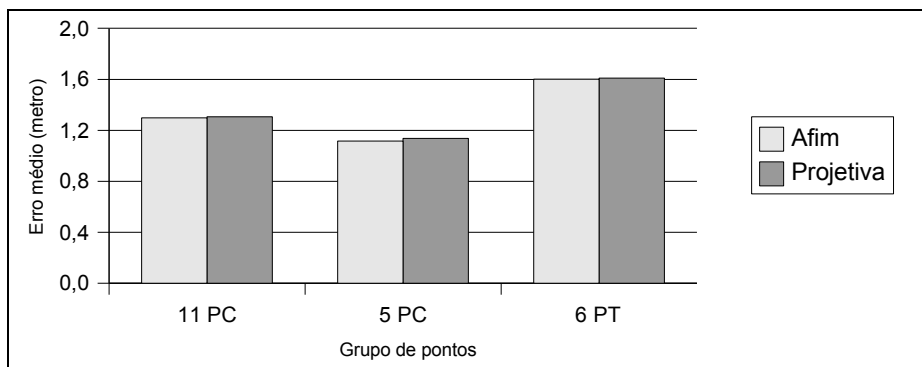


**Figura 5.** Registro imagem-terreno considerando 36 pontos e os parâmetros adaptativos.

Para o próximo experimento envolvendo o registro imagem-terreno, foi utilizada uma imagem do sensor Quickbird, com resolução espacial de 70 cm. Nesta etapa do processo foram utilizados 11 pontos levantados no terreno via DGPS (*Differential Global Positioning System*). Os pontos de controle na imagem estão em metros, o que leva os resíduos a utilizar esta mesma unidade de medida. Os resultados com e sem o emprego dos parâmetros adaptativos encontram-se nos gráficos da **Figura 6** e **Figura 7**, respectivamente.



**Figura 6.** Registro imagem-terreno considerando 11 pontos.



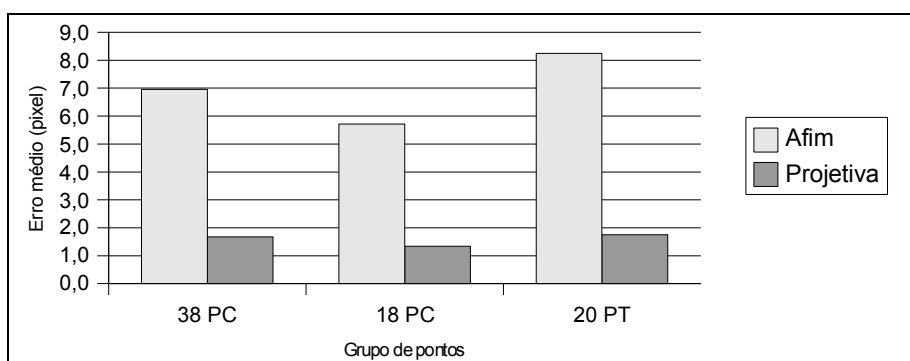
**Figura 7.** Registro imagem-terreno considerando 11 pontos e os parâmetros adaptativos.

Mais uma vez o uso dos parâmetros adaptativos trouxe melhoria significativa nos resultados da transformação projetiva.

### 4.3. Registro foto-foto

Nos testes para o registro foto-foto foram utilizadas duas fotos aéreas digitalizadas do projeto SP\_MG\_GO, disponíveis na página do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) na Internet.

Foram determinados 38 pontos homólogos em duas fotos aéreas com aproximadamente 60% de recobrimento. Tais pontos foram adquiridos no módulo de registro de imagens do aplicativo TerraPixel e seus valores estão em *pixels*. Os resultados obtidos encontram-se no gráfico da **Figura 8**.



**Figura 8.** Registro foto-foto considerando 38 pontos.

Da análise do gráfico representado na **Figura 8** é possível identificar a principal vocação da transformação projetiva em aplicações de sensoriamento remoto, que é trabalhar com fotos aéreas. Os resíduos nos pontos de controle quando utilizada a transformação projetiva foram, aproximadamente, um quarto dos valores obtidos com o uso da transformação afim.

## 5. Conclusões

A transformação projetiva se apresenta como uma opção interessante tanto para o registro de fotos aéreas como para o registro de imagens orbitais. Mesmo sendo, normalmente, aplicada em trabalhos de fotogrametria, esta formulação provou ser de grande valia quando empregada em diferentes fontes de dados.

Os bons resultados obtidos com a utilização dos parâmetros adaptativos no registro imagem-terreno veio a corroborar a segunda hipótese apresentada na introdução deste artigo. Esta abordagem pode ser vista como um contribuição deste trabalho.

Com a implementação da transformação projetiva plana, a TerraLib passa a incorporar mais uma ferramenta para aplicações que envolvem o processamento digital de imagens. Convém salientar que este modelo matemático pode ser empregado para converter não apenas dados matriciais, como também dados vetoriais.

Como sugestão para trabalhos futuros fica a implementação das transformações afim e projetiva em sua forma mais abrangente, ou seja, que considere não apenas as coordenadas planas, mas também a altitude dos pontos de controle.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a Hermann Kux e Eduardo Araújo por fornecer os pontos de controle do QuickBird.

## Referências

- Albertz, J.; Kreiling, W. **Photogrammetriches taschenbuch**. Karlsruhe: Wichmann, 1989.
- Casanova, M. A.; Câmara, G.; Davis, C.; Vinhas, L.; Queiroz, G. **Bancos de Dados Geográficos**. Curitiba: Editora MundoGeo, 2005.
- Fonseca, L. M. G.; Fedorov, D.; Manjunath, B. S.; Kenney, C.; Castejon, E.; Medeiros, J. S. Automatic Registration and Mosaicking System for Remotely Sensed Imagery. **Revista Brasileira de Cartografia**, n. 58/01, p. 49-61, 2006.
- Machado e Silva, A. J. F. **Modelos de Correção Geométrica para imagens HRV-SPOT**. 1989. 239 p. (INPE-5001-TDL/395). Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos. 1989.
- Mather, P. M. **Computer processing of remotely sensed images: an introduction**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- Pereira, C. M. F.; Xavier, E. M. A.; Pereira, J. H. O.; Vergara, O. R. Refinamento da geometria de produtos Ikonos II-GEO através do georreferenciamento. **Revista Militar de Ciência e Tecnologia**, v. IX, n. 2, p. 66-75, 2004.
- Vasconcellos, J. C. P. **Ajustamento de observações: modelos e análises**. Rio de Janeiro: UERJ, 1999. Notas de aula.
- Wolf, P. R.; Dewitt, B. A. **Elements of photogrammetry: with application in GIS**. 3. ed. Boston: McGraw Hill, 2000.