

## Considerações sobre o cálculo do coeficiente angular da regressão linear entre o espectro de referência e o espectro da imagem em mistura espectral

Osmar Abílio de Carvalho Júnior <sup>1</sup>  
Renato Fontes Guimarães <sup>1</sup>  
Ana Paula Ferreira de Carvalho <sup>1</sup>  
Roberto Arnaldo Trancoso Gomes <sup>2</sup>  
Éder de Souza Martins <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Universidade de Brasília –LSIE/GEA/UnB  
Campus Universitário Darcy Ribeiro, Asa Norte, 70910-900, Brasília, Distrito Federal  
{osmarjr, renatofg, anapaula}@unb.br

<sup>2</sup> Universidade Federal do Rio de Janeiro – IGEO/UFRJ  
Ilha do Fundão – Rio de Janeiro/RJ  
ratgomes@ig.com.br

<sup>3</sup> Empresa Brasileira de Pesquisas Agropecuária - EMBRAPA Cerrados  
Rodovia Brasília Fortaleza, km 18 – Planaltina, Distrito Federal.  
eder@cpac.embrapa.br

**Abstract:** The relative abundance of a material can be determined establishing a proportionality relationship between a characteristic of the form of the spectrum and its quantity. In the case of analysis of spectra or of hyperspectral images the studies are focused on the features of diagnostic absorption of the elements. The procedures compare a feature spectral of reference with one of the image. The present work aims to present a revision about the linear regression simple. The linear regression can be elaborated of two forms considering the independent term as the reference spectrum or the image spectrum. The two functions present distinct behaviors in the abundance estimate. From the two functions a new function can be established that establishes an index that express the probability of the presence or not of the element in pixel.

**Palavras-chave:** image processing; spectral mixture, linear regression, processamento de imagens, mistura espectral, regressão linear.

### 1. Introdução

A abundância relativa de um dado material pode ser determinada estabelecendo uma relação de proporcionalidade entre uma característica da forma do espectro e a sua quantidade. No caso de análise de espectros ou de imagens hiperespectrais os estudos ficam focados nas feições de absorção diagnóstica dos elementos. Os procedimentos comparam uma feição espectral de referência com uma da imagem. Desta forma, o emprego da regressão linear vem sendo amplamente utilizado para a quantificação, principalmente no caso de mistura macroscópica (Johnson et al., 1983).

O presente trabalho discute o emprego do cálculo do coeficiente angular de uma regressão linear simples com objetivo de quantificar e identificar um determinado mineral na imagem. O emprego da regressão linear simples permite uma análise parcial da mistura espectral sendo um importante método de análise.

No trabalho são utilizadas imagens do sensor AVIRIS que foi trazido para o Brasil em 1995 na missão SCAR-B (Smoke, Clouds and Radiation - Brazil), que teve como propósito

avaliar efeitos atmosféricos. Essa atividade foi uma operação conjunta da NASA, INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) e a AEB (Agência Espacial Brasileira) (Kaufman et al., 1998). Nesta missão, o sensor AVIRIS sobrevoou a mina Fazenda de níquel laterítico, no Maciço Máfico-Ultramáfico de Niquelândia (GO), no dia 16 de agosto de 1995. Esta área contém importantes reservas de minério de níquel com exposição de minerais sendo adequadas para o teste de metodologias. A linha de vôo foi realizada longitudinalmente ao complexo de Niquelândia, cruzando as unidades geológicas.

A imagem foi corrigida do efeito atmosférico pelo método proposto por Green (1990), especificamente para as imagens hiperespectrais AVIRIS. Esse método proporciona uma estimativa dos parâmetros atmosféricos e cálculo da reflectância aparente da superfície usando o código de transferência radiativa MODTRAN 3 (Berk et al., 1989; Anderson et al., 1995) em conjunto com um modelo de ajuste não linear por mínimos quadrados (Green et al., 1991, 1993).

## 2. Os Coeficientes da Equação Linear

Os coeficientes da equação da reta apresentam diferenças conforme a elaboração da regressão, podendo ter o termo dependente (Y) igual ao espectro de referência (Er) e o termo independente (X) igual ao espectro da imagem (Ei) ou o inverso onde Y é o Ei, enquanto X é o Er.

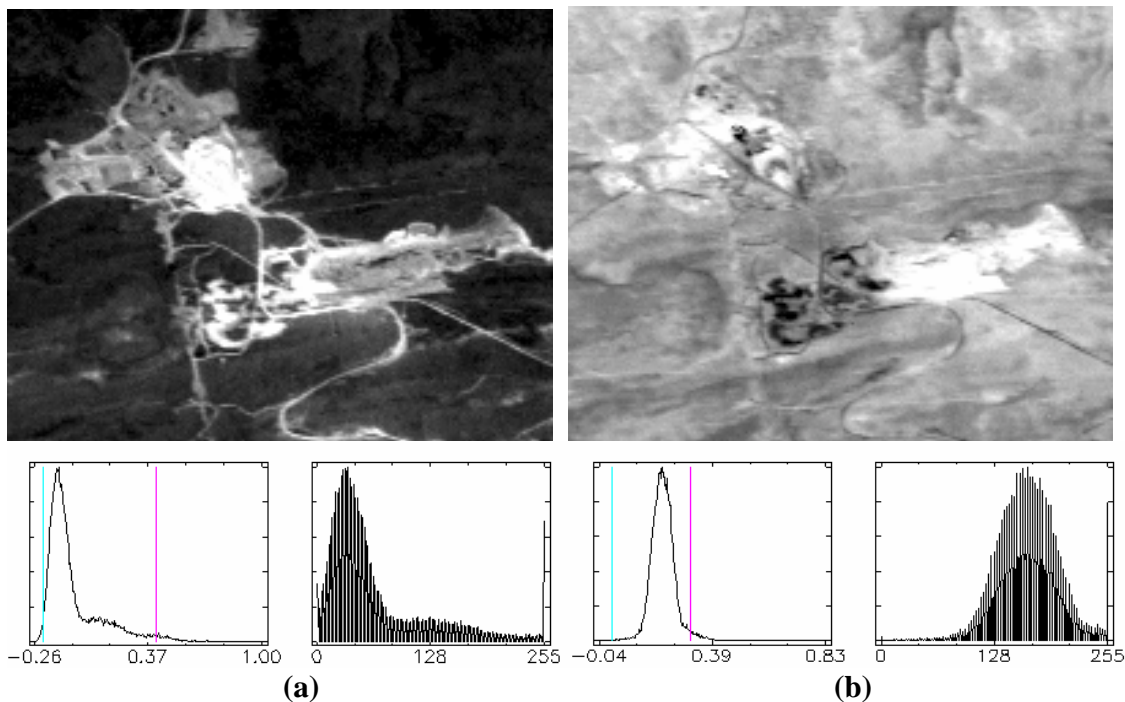
### *Regressão Linear Simples onde Y=Ei*

Na regressão linear onde Y=Ei os coeficientes angulares e lineares podem ser calculados pelas seguintes formulações:

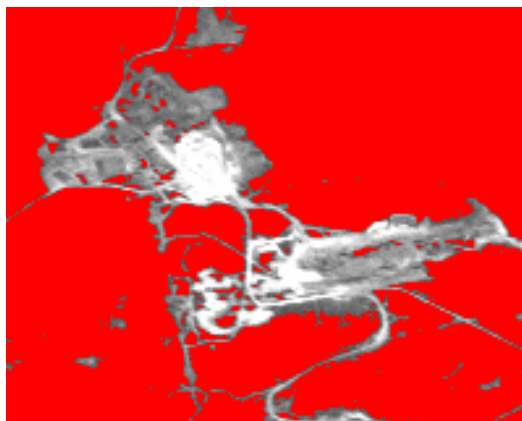
$$B_{y=ei} = \frac{\sum EiEr - \frac{\sum Ei \sum Er}{n}}{\sum Er^2 - \frac{(\sum Er)^2}{n}} \quad (1)$$

$$A_{y=ei} = \frac{\sum Ei - B_{y=ei} \sum Er}{n} \quad (2)$$

Considerando a feição espectral do mineral caulinita são obtidos os seguintes coeficientes  $B_{Y=Ei}$  e  $A_{Y=Ei}$  (**Figura 1**). Os valores negativos do coeficiente angular, escuros na imagem, correspondem às áreas com correlação inversa (**Figura 2**).



**Figura 1** – Imagens para a feição da caulinita dos coeficientes (a)  $B_{Y=Ei}$  e (b)  $A_{Y=Ei}$ .



**Figura 2** – Imagem do coeficiente  $B_{Y=Ei}$  para a feição da caulinita salientando em vermelho as áreas com valores negativos.

### **Regressão Linear Simples onde $Y=Er$**

Na regressão linear onde  $Y=Er$  os coeficientes angulares e lineares podem ser calculados pelas mesmas formulações do  $Y=Ei$  trocando os valores de  $Ei$  por  $Er$  e vice-versa:

$$B_{y=Er} = \frac{\sum EiEr - \frac{\sum Ei \sum Er}{n}}{\sum Ei^2 - \frac{(\sum Ei)^2}{n}} \quad (1)$$

$$A_{y=Er} = \frac{\sum Er - B_{y=Er} \sum Ei}{n} \quad (2)$$

Na regressão  $Y=Er$  os valores do coeficiente angular pode ser subdivido em quatro tipos:

- Valor de  $B_{Y=Er}$  superior a 1 ( $B_{Y=Er} > 1$ ) – A curva da imagem possui dimensão menor que a curva referência. A relação  $1/ B_{Y=Er}$  demonstra uma proporção entre as curvas, variando de 0 e a 1 conforme o afastamento ou proximidade da curva de referência, respectivamente. Por exemplo, se for obtido um valor de B igual a 2, tem-se na curva observada a metade da quantidade do elemento da curva referência;
- Valor de  $B_{Y=Er}$  igual a 1 ( $B_{Y=Er} = 1$ ) – A curva da imagem apresenta a mesma quantidade do elemento que a curva referência;
- Valor de  $B_{Y=Er}$  entre 0 e 1 ( $0 < B_{Y=Er} < 1$ ) – A curva da imagem possui uma dimensão maior que a curva referência, o índice  $1/ B_{Y=Er}$  demonstra essa proporção. No entanto, nesses casos é importante ressaltar que a curva de referência é usualmente proveniente de bibliotecas espectrais ou de membros finais que já representam valores extremos de intensidade da feição em análise. Portanto, valores de  $1/ B_{Y=Er}$  um pouco mais altos são indicativos de que não se trata do elemento procurado; e
- Valor negativo de  $B_{Y=Er}$  ( $-B_{Y=Er}$ ) – Presença de correlação negativa entre as curvas em análise. Neste caso considera-se inexistente o elemento procurado.

As imagens  $B_{Y=Er}$  apresentam uma escala de valores muito ampla. Como exemplificação é demonstrada a imagem de  $B_{Y=Er}$  para caulinita com seu respectivo histograma que demonstra uma variação de  $-11.19$  a  $11.75$ . A imagem  $A_{Y=Er}$  apresenta visualmente um comportamento inverso ao do  $B_{Y=Er}$  (**Figura 3**).

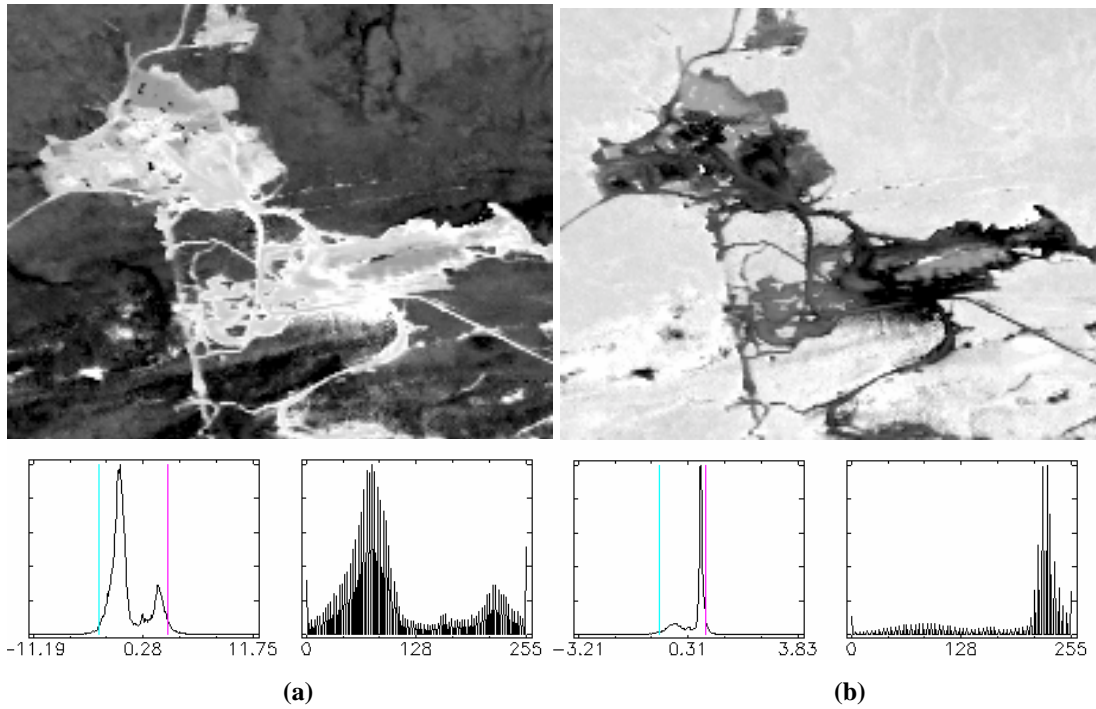
A obtenção de proporção entre as curvas é definida pela razão  $1/ B_{Y=Er}$ . No entanto, deve-se desconsiderar os valores da razão  $1/ B_{Y=Er}$  que apresentem valores inconsistentes como os de correlação negativa e entre  $0 < B_{Y=Er} < 1$ . Esse fato pode ser constatado pela visualização da imagem  $1/ B_{Y=Er}$ , para a feição da caulinita que se apresenta extremamente ruidosa (**Figura 3**). A eliminação das localidades com  $B_{Y=Er} < 0.9$  permite enfatizar as áreas de interesse tornando a escala de valores compatível com a proporcionalidade do material existente (**Figura 4**).

#### 4. Índice entre os Coeficientes Angulares

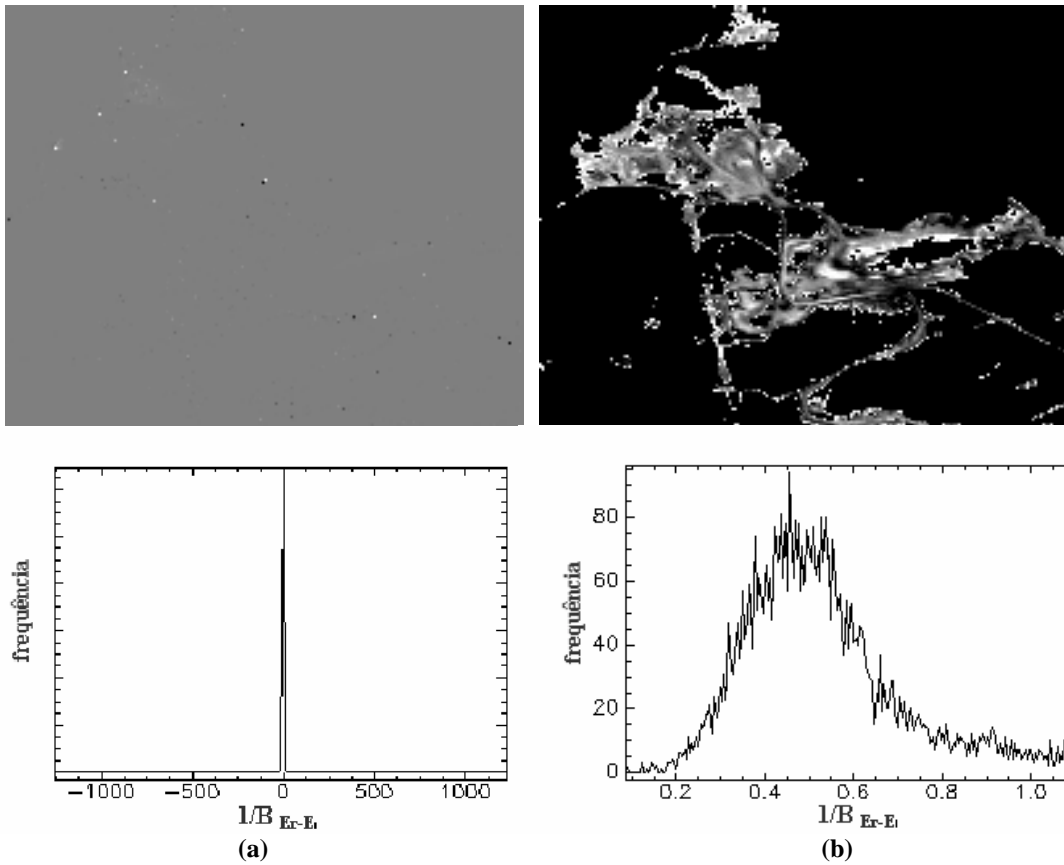
Nas localidades onde existe o material procurado  $B_{Y=Er}$  e  $1/B_{Y=Er}$  tendem a se igualar:

$$B_{y=ei} = \frac{1}{B_{y=Er}} \quad (3)$$

O gráfico de dispersão entre  $B_{Y=Er}$  e  $1/B_{Y=Er}$  apresenta os pixels com a feição do espectro de referência posicionados ao longo da função  $f(x) = x$  (**Figura 5a, b**). Quanto mais próximo o ponto estiver da reta maior é a similaridade entre os espectros da imagem com o de referência. Desta forma, o grau de similaridade é expresso como a distância perpendicular do ponto à reta da função  $f(x)=x$ , representada na **Figura 5c** como a seta azul.



**Figura 3** – Imagem para a feição da caulinita dos coeficientes (a)  $B_{Y=Er}$  e (b)  $A_{Y=Er}$ .



**Figura 4** – Imagem  $1/B_{Y=Er}$  para a feição da caulinita: (a) considerando todos os valores e (b) considerando apenas os valores significativos após uma filtragem.

Para os pontos sobrepostos à reta, a proporção do elemento é indicada pelo valor em qualquer um dos eixos. Na **Figura 5c** as setas em verde sinalizam a abundância da feição para um determinado ponto.

Assim a inserção da reta  $f(x)=x$  no diagrama entre  $B_{y=ei}$  e  $1/B_{y=Er}$  permite balizar uma análise tanto para identificação como quantificação do material. A identificação da presença ou não do elemento procurado pode ser estabelecida pelo índice de coincidência entre os coeficientes angulares (ICCA), que expressa o comportamento descrito conforme a seguinte equação:

$$ICCA = \sqrt{\left(B_{y=ei} - \frac{1}{B_{y=Er}}\right)^2} \quad (4)$$

Quanto menor o valor de ICCA, maior é a similaridade do espectro do pixel com o espectro de referência. Um limite de erro aceitável pode ser estabelecido em torno de 0,15. Para as áreas de interesse ficarem claras pode-se realizar a inversão dos dados multiplicando por (-1) e somando-se de 0,15. Desta forma os valores de ICCA variam de 0 até 0,15, sendo os valores mais próximos de 0,15 os mais significativos.

A imagem do índice para a feição da caulinita é apresentada na **Figura 6**. As áreas claras são às localidades com a ocorrência das feições, contrapondo-se às áreas escuras, onde não há ocorrência. Dentro das áreas claras, a variação tonal representa a proporção existente da feição. O gráfico de dispersão apresenta em vermelho correspondem as áreas claras da imagem (**Figura 6**). As demais áreas adquirem valor nulo e são negligenciadas devido à inexistência da feição.

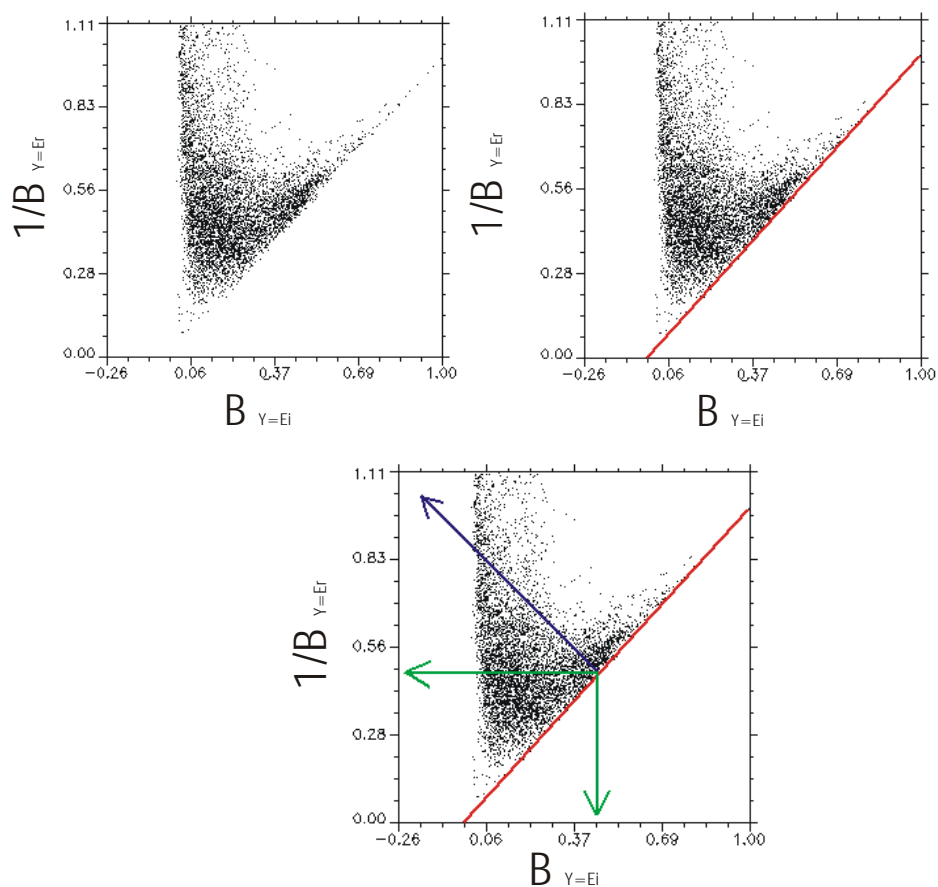
Um elevado grau de ajuste do índice proposto com o coeficiente de correlação da regressão (R) evidencia a eficiência do método (**Figura 7a**). Os pontos com menor ajuste são os referentes às áreas com menores proporções de caulinita (demarcadas em vermelho) (**Figura 7b**). Isto demonstra uma menor eficiência do índice para baixas concentrações onde ocorre um aumento do ruído. Nesse caso, pode-se definir um valor de corte que elimine esses pontos com baixa concentração. Esse algoritmo foi desenvolvido pelo autor em IDL rodando dentro do ENVI.

## 6. Conclusão

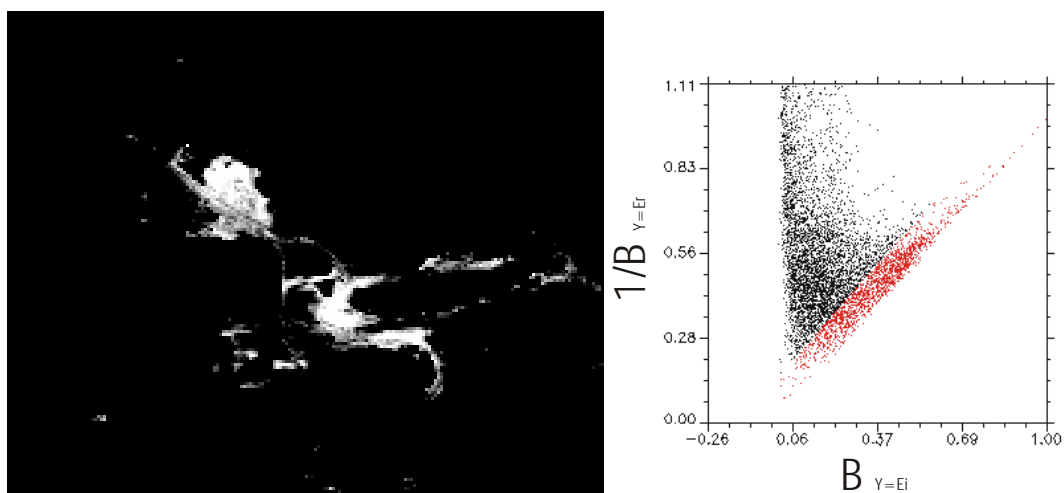
A regressão linear entre o espectro da imagem e espectros de referências é um importante método para o cálculo de abundância. O emprego da regressão linear simples permite uma análise parcial da mistura espectral. Essa função pode ser elaborada de duas formas sendo que o procedimento onde o termo dependente é o espectro da imagem é de mais fácil implementação matemática. Apesar do coeficiente angular ser apropriado para a quantificação apresenta limitações para precisar a presença ou não do elemento no pixel. Este problema pode ser resolvido a partir de um índice ICCA elaborado a partir da conjunção das duas funções que se mostra bastante eficiente no processo de identificação.

## Agradecimentos

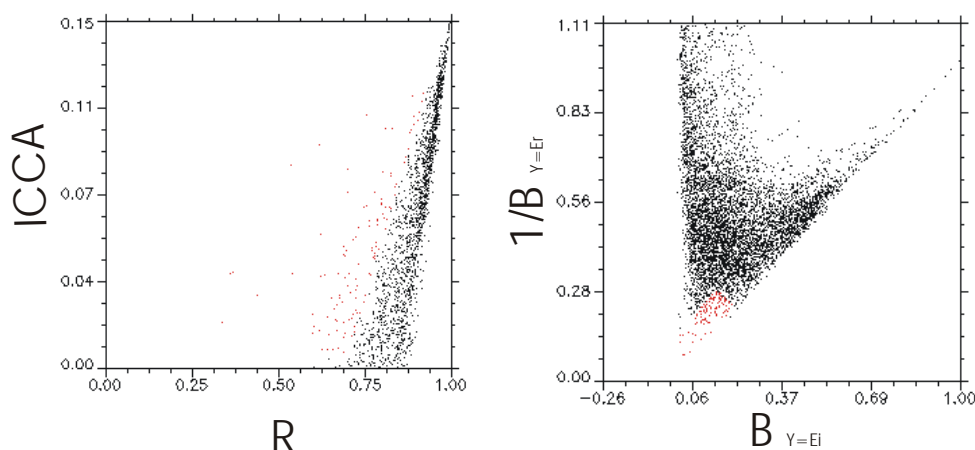
Os autores agradecem ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) a concessão das imagens AVIRIS.



**Figura 7** – Gráficos de dispersão entre  $B_{Y=Er}$  e  $1/B_{Y=Er}$ : a) disposição dos pontos, b) inserção da reta referente a  $f(x) = x$  e c) inserção das setas referentes ao grau de similaridade, em azul, e das setas de proporcionalidade em verde.



**Figura 8** - Imagem ACA para a feição da caulinita e o posicionamento dos pixels considerados no gráfico de dispersão entre  $B_{Y=Er}$  e  $1/B_{Y=Er}$ .



**Figura 9** – Gráficos de dispersão entre: a) R e ACA e b) B  $E_i \Rightarrow E_r$  e  $1/B_{E_r \Rightarrow E_i}$

### Referências Bibliográficas

ANDERSON, G. P.; WANG, J., CHETWYND, J. H. 1995. MODTRAN3: An update and recent validations against airborne high resolution interferometer measurements. In: Annual JPL Airborne Earth Science Workshop, 5, Pasadena, CA, Summaries, JPL Publ. 95-1, 5-8.

BERK, A., BERNSTEIN, L. S. & ROBERTSON, D. C. 1989. MODTRAN: A moderate resolution model for LOWTRAN7. Final report, GL-TR-0122, AFGL, Hanscomb AFB, MA, 42p.

GREEN, R. O. 1990. Retrieval of reflectance from calibrated radiance imagery measured by the Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS) for lithological mapping of Clark Mountains, California. In: Annual JPL Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS) Workshop, 2, Pasadena, CA, Summaries, JPL Publ. 90-54, 167-175.

GREEN, R. O. 1991. Retrieval of reflectance from AVIRIS – measured radiance using a radioactive transfer code. In: Annual JPL Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS) Workshop, 3, Pasadena, CA, Summaries, JPL Publ. 91-28, 200-210.

GREEN, R. O., CONEL, J. E. & ROBERTS, D. A. 1993. Estimation of aerosol optical depth, and additional atmospheric parameters for the calculation of apparent reflectance from radiance measured by the airborne visible/infrared imaging spectrometer. In: Annual JPL Airborne Earth Science Workshop, 4, Pasadena, CA, Summaries, JPL Publ. 93-26, 83-86.

GREEN, R. O., CONEL, J. E., MARGOLIS, J. S., BRUEGGE, J. & HOOVER, G. L. 1991. An inversion algorithm for retrieval of atmospheric and leaf water absorption from AVIRIS radiance with compensation for atmospheric scattering. In: Annual JPL Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS) Workshop, 3, Pasadena, CA, Summaries, JPL Publ. 91-28, 51-61.

JOHNSON, P. E., SMITH, M. O., TAYLOR-GEORGE, S., ADAMS, J. B. 1983. A semi-empirical method for analysis of the reflectance spectra of binary mineral mixtures. *J. Geophys. Res.*, 88, 3557-3561.

KAUFMAN, Y. J., HOBBS, P. V., KIRCHHOFF, V. W. J. H., ARTAXO, P., REMER, L. A., HOLBEN, B. N., KING, M. D., WARD, D. E., PRINS, E. M., LONGO, K. M., MATTOS, L. F., NOBRE, C. A., SPINHIRNE, J. D., JI, O., THOMPSON, A. M., GLEASON, J. F., CHRISTOPHER, S. A., TSAY S. C. 1998. Smoke, Clouds, and Radiation-Brazil (SCAR-B) experiment. *J. Geophys. Res.*, v. 103, No. D24. p. 31.783-31.808.