

# Utilização de Métodos Geoestatísticos de Krigagem Ordinária e Krigagem por Indicação na Interpolação de Dados Geoquímicos de Solos: Uma Comparação

WALDIZA BRANDÃO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Caixa Postal 515 - 12201-097 - São José dos Campos - SP, Brasil  
waldiza@ltd.inpe.br

**Abstract** This paper presents the comparison and evaluation of the geostatistics methods of Ordinary Kriging and Probabilistic Kriging, available in the software Spring 3.5, for the geochemistry soils data interpolation of Cu Pojuca deposit, located in the Mineral Province of Carajás, Pará State, Brazil.

**Keywords:** kriging, geostatistic.

## 1 Introdução

Modelos matemáticos, aritméticos e lógicos, buscando representar propriedades e processos do meio físico natural, têm sido implementados nos SIG, com o objetivo de facilitar o seu estudo e compreensão, para que se possa atuar sobre o meio ambiente de forma mais responsável e cooperativa. Contudo, as propriedades naturais da superfície terrestre são espacialmente contínuas, sendo restritivo descrevê-las através de simples funções matemáticas. Modelos inferenciais para este objetivo vêm sendo propostos. A Geoestatística é um desses modelos e sua base conceitual está fundamentada na teoria das variáveis regionalizadas, formalizada por Matheron (1971).

A Geoestatística é reconhecida como uma ferramenta particularmente efetiva em todas as fases de estudos de áreas de potencial mineral. Modelos geoestatísticos provêm soluções para questões como: determinação do grau de expansão do depósito mineral, determinação de áreas de extração, otimização do padrão de amostragem, entre outras. Dentre os procedimentos geoestatísticos, a krigagem se destaca como a técnica que possibilita a inferência de valores, a partir de amostras pontuais de um atributo espacial.

Neste contexto, este trabalho se propõe explorar, comparar e avaliar os procedimentos geoestatísticos de *krigagem ordinária* e *krigagem por indicação*, disponíveis no *software* Spring 3.5, para a interpolação de dados geoquímicos de solo do depósito de Cu do Pojuca, situado na Província Mineral de Carajás (PA).

## 2 Área de Estudo

A jazida de Cu do Pojuca está situada na Província Mineral de Carajás, parte oriental da Região Amazônica, sudoeste do Estado do Pará (**Figura 1**), e é denominada de Alvo 2 – Corpo 4 pela Rio Doce Geologia e Mineração S.A. (DOCEGEO). Além da importância econômica, esta área foi escolhida devido à disponibilidade de dados geológicos (DOCEGEO, 1984) e geoquímicos de solo (Moura, 1985).

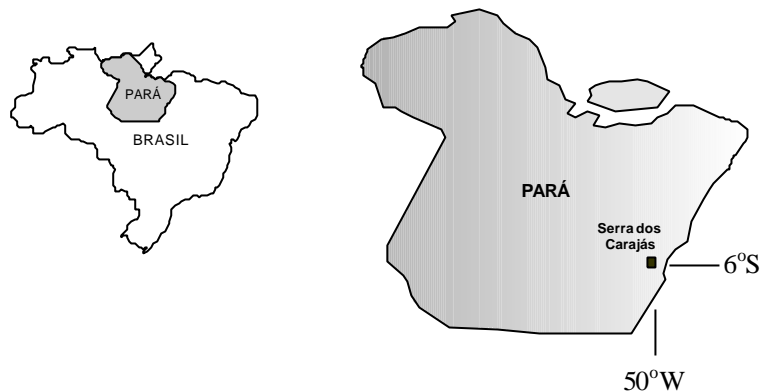


Fig. 1 – Localização da área de estudo.

Geologicamente, o depósito de cobre do Pojuca ocorre num pacote metavulcanossedimentar denominado Grupo Igarapé Pojuca (DOCEGEO, 1984), limitado a norte por rochas do Complexo Xingu e a sul por metassedimentos psamo-pelíticos de baixo grau metamórfico. O conjunto é cortado por granitos com cerca de 1.8 b.a., correlacionáveis ao Granito Serra do Carajás.

### 3 Origem dos Dados

Os dados geoquímicos utilizados neste trabalho foram obtidos através do levantamento realizado por Moura (1985) que executou trabalhos de amostragem para 171 elementos amostrais de solo numa área de aproximadamente 2 km<sup>2</sup> no Alvo 2 - Corpo 4. O autor estabeleceu estações de coleta dispostas quadraticamente distantes 100m entre si, ao longo de 19 perfis transversais à linha de base de direção N36W (**Figura 2**). As amostra foram analisadas para 10 elementos químicos dos quais adotou-se apenas um (1) para este trabalho, o Cu, considerando que a mineralização ocorrente no local é mais abundante neste elemento.

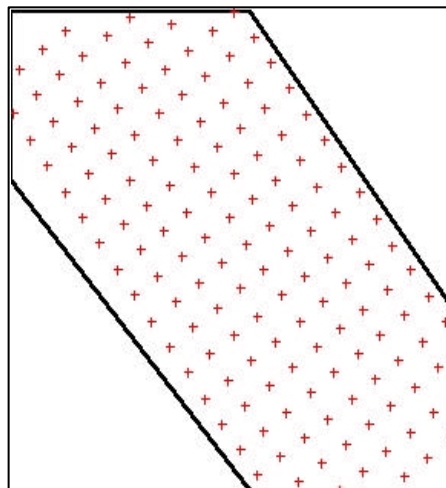


Fig. 2: Distribuição espacial das amostras do levantamento geoquímico de solo.

### 4 Krigagem

A krigagem é um algoritmo de inferência ou interpolação geoestatístico baseado na análise e modelagem da variabilidade espacial do atributo a partir de um conjunto amostral pontual desse atributo. Supõe, ainda, a hipótese de estacionariedade de segunda ordem para a propriedade que está

sendo modelada, ou seja, a média é constante em todas as posições do campo e a covariância só depende da distância entre as amostras.

A krigagem engloba um conjunto de métodos de estimação, contudo, este trabalho limita-se somente à apresentação de dois tipos, a *krigagem ordinária* e *krigagem por indicação*, os quais serão descritos a seguir.

#### 4.1 Krigagem Ordinária

A krigagem ordinária é um estimador de krigagem linear, ou seja, estima um valor em posição espacial não observada segundo uma combinação linear dos valores de um subconjunto amostral local. A krigagem ordinária possibilita a inferência do atributo, numa posição  $u$ , sem a necessidade de se conhecer a média estacionária  $m$ . Sob a condição de que a somatória dos ponderadores da krigagem ordinária  $I_{0a}(u)$  é igual a 1, ou seja:

$$\sum_{a=1}^{n(u)} I_{0a}(u) = 1 \quad (1)$$

Assim, têm-se a seguinte formulação para o estimador de krigagem ordinária (Journel, 1988 in Felgueiras, 1999):

$$z_0^*(u) = \sum_{a=1}^{n(u)} I_{0a}(u) \cdot z(u_a) \quad (2)$$

Journel (1988) mostra que a aplicação dos critérios de mínima variância do erro de estimação e de não tendenciosidade do estimador possibilita o cálculo dos pesos,  $I_{0a}(u)$ , pela solução do seguinte sistema de equações de krigagem ordinária:

$$\begin{cases} \sum_{a=1}^{n(u)} I_{0a}(u) C(u_a, u_b) + f(u) = C(u, u_b) \text{ para } b = 1, \dots, n(u) \\ \sum_{a=1}^{n(u)} I_{0a}(u) = 1 \end{cases} \quad (3)$$

onde:  $C(u_a, u_b)$  é a covariância entre as amostras observadas em  $u_a$  e  $u_b$ ;  $C(u, u_b)$  é a covariância entre a amostra observada em  $u_b$  e a posição  $u$ ;  $f(u)$  é o multiplicador de Lagrange, necessário para a minimização da variância do erro e associado com a restrição  $\sum_{a=1}^{n(u)} I_{0a}(u) = 1$ .

#### 4.2 Krigagem por Indicação

A krigagem por indicação é um estimador de krigagem não linear. Ou seja, diferentemente da krigagem ordinária (linear), este estimador é aplicado sobre um conjunto amostral cujos valores do atributo foram modificados segundo uma transformação não linear, por exemplo, uma transformação gaussiana, lognormal ou outra (Deutsch e Journel, 1998 in Felgueiras, 1999). Esta transformação é chamada de *codificação por indicação*, que transforma cada valor do conjunto amostral  $Z(\mathbf{u}_\alpha)$  em valores por indicação. Esta técnica tem como principal vantagem ser não paramétrica, ou seja, nenhum tipo de distribuição para a variável aleatória (VA) é considerada *a priori*. Possibilita a estimativa da função de distribuição da VA que, por sua vez, permite a determinação de incertezas e a inferência de valores do atributo, em localizações espaciais não amostradas. Além disso, diferentemente da

krigeagem linear, este procedimento consegue modelar atributos com alta variabilidade espacial, sem a necessidade de se ignorar os dados amostrados cujos valores estão muito distantes de uma tendência (Journal, 1983 in Felgueiras, 1999).

A krigeagem por indicação sobre um conjunto de dados numéricos  $Z(\mathbf{u}=\mathbf{u}_\alpha)$ , o caso deste trabalho, para um valor de corte  $z_k$ , gera um conjunto amostral por indicação  $I(\mathbf{u}=\mathbf{u}_\alpha; z_k)$  do tipo:

$$I(\mathbf{u}; z_k) = \begin{cases} 1, se Z(\mathbf{u}) \leq z_k \\ 0, se Z(\mathbf{u}) > z_k \end{cases} \quad (4)$$

A *krigeagem por indicação simples* é um procedimento de krigeagem linear simples aplicado a um conjunto amostral codificado por indicação, nos valores de corte  $z=z_k$ , e tem a seguinte formulação:

$$F_S^*(\mathbf{u}; z_k) / (n) = \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} I_{Sa}(\mathbf{u}; z_k) i(\mathbf{u}_a; z_k) + \left[ 1 - \sum_{a=1}^{n(\mathbf{u})} I_{Sa}(\mathbf{u}; z_k) \right] F^*(z_k) \quad (5)$$

onde  $F^*(z_k)$  é a média da FA da região estacionária e os pesos  $\lambda_{S\alpha}(\mathbf{u}; z_k)$  são determinados com o objetivo de minimizar a variância do erro de estimação.

A krigeagem por indicação, simples ou ordinária, fornece, para cada valor de corte  $z_k$ , uma estimativa que é também a melhor estimativa mínima quadrática da esperança condicional da VA  $I(\mathbf{u}; z_k)$ . Utilizando esta propriedade, pode-se calcular estimativas dos valores da *função de distribuição acumulada condicionada* (fdac) de  $z(\mathbf{u})$  para vários valores de  $z=z_k$ , pertencentes ao domínio de  $Z(\mathbf{u})$ . O conhecimento da fdac, em uma localização  $\mathbf{u}$ , possibilita uma estimativa direta da incerteza, sobre o valor não conhecido  $z(\mathbf{u})$ , anterior a, e independente da, escolha de um estimador  $z(\mathbf{u})$  (Goovaerts, 1997 in Felgueiras, 1999).

## 5 Metodologia e Resultados

A metodologia utilizada neste trabalho diz respeito à aplicação dos métodos geoestatísticos descritos nos itens anteriores, *krigeagem ordinária* e *krigeagem por indicação*, para o conjunto de dados geoquímicos de solo, teores do elemento cobre (Cu), em ppm, e comparar os resultados obtidos nos dois procedimentos.

Para a aplicação dos métodos foi utilizado o *software* Spring 3.5. desenvolvido pela Divisão de Processamento de Dados do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (DPI/INPE).

### 5.1 Aplicação da Krigeagem Ordinária

O módulo de Geoestatística de Krigeagem Ordinária implementado no Spring 3.5 possui quatro (4) passos, esquematizados na **Figura 3**, os quais foram sequencialmente aplicados ao conjunto de dados tratados neste trabalho.

O resultado da aplicação desta metodologia resultou na espacialização das propriedades geoquímicas de solo consideradas (teores de Cu) (**Figura 4a**). Em conjunto com os valores

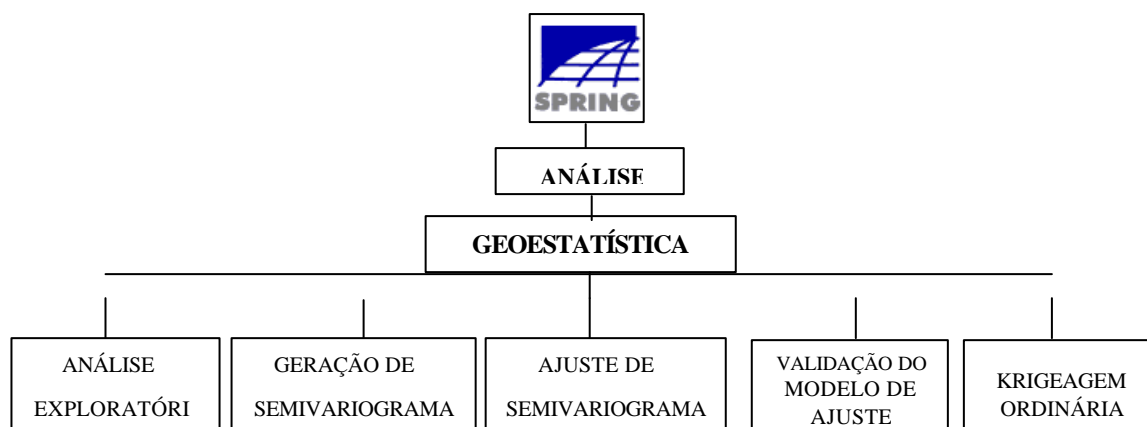


Fig. 3: Passos para realização de krigeagem ordinária utilizando o módulo de geoestatística do Spring 3.5.

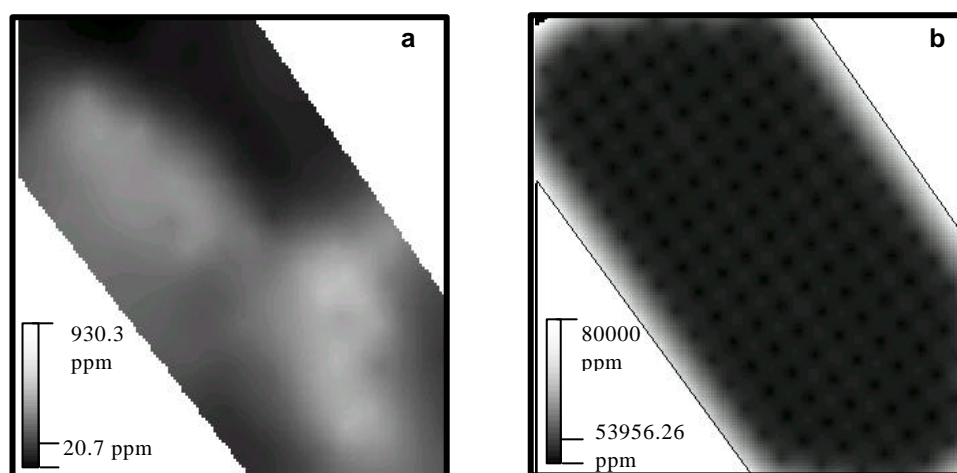


Fig. 4: Resultado da aplicação da krigeagem ordinária para a variável Cu. *a*: representação dos valores gerados em escala de cinza; *b*: incerteza local obtida a partir da variância do erro.

estimados, foram inferidos os valores de variância do erro de estimação, que são utilizados para gerar um mapa de incerteza (**Figura 4b**) formado por valores de incerteza local iguais a dois (2) desvios padrão no total, que equivale, para distribuições gaussianas, a um intervalo de confiança de 95% de probabilidade.

## 5.2 Aplicação da Krigeagem por Indicação

Para realizar a krigeagem por indicação, dividiu-se o conjunto amostral em cinco (5) subconjuntos, selecionando-se quatro (4) valores de cortes. Para cada valor de corte realizou-se a transformação por indicação, como definido em 4.2, sobre a amostra original. Foram criados, assim, cinco (5) conjuntos amostrais por indicação. Para cada um desses conjuntos, utilizando-se a ferramenta de krigeagem por indicação do Módulo de Geoestatística do Spring, conforme esquematizado na **Figura 5**, definiu-se um modelo teórico de variografia para representar a variabilidade espacial da variável por indicação.

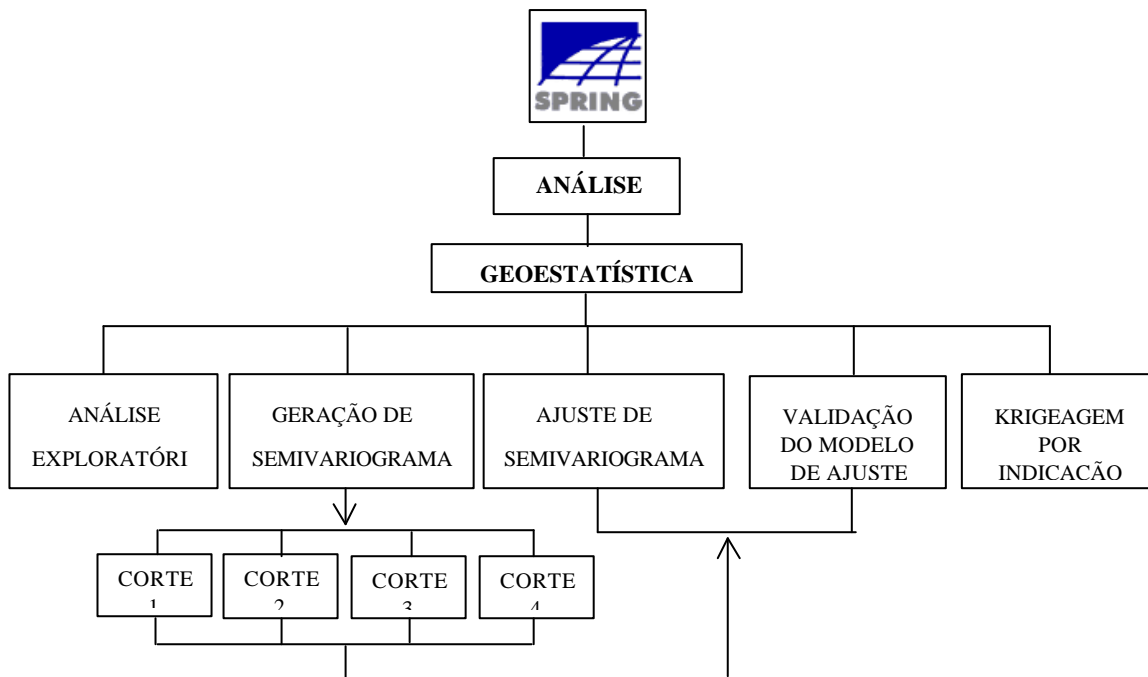


Fig. 5: Passos para realização de krigeagem por indicação utilizando o módulo de geoestatística do Spring 3.5.

A **Figura 6** mostra o resultado da aplicação da krigeagem por indicação para Cu, onde os valores dos atributos, para cada ponto da grade, foram estimados pelo valor médio. A figura apresenta ainda o campo de incerteza local obtido a partir da fdac construída por este procedimento de krigeagem, onde, para cada ponto da grade, foi obtido um valor de variância, e portanto de desvio padrão, em torno do valor médio. Os valores de incerteza local são iguais a dois (2) desvios padrão no total, o que equivale, para distribuições gaussianas, a um intervalo de confiança de 95% de probabilidade.

A **Figura 7** apresenta o mapa de valores para a variável Cu estimados por mediana. O procedimento de espacialização foi o mesmo utilizado no caso da **Figura 6**, substituindo-se os valores médios pelos valores das medianas. A figura mostra ainda o mapa de incerteza obtido pelos valores de uma grade de intervalos interquartis, diferença entre o primeiro e o terceiro quartil, de valores de Cu estimados da fdac construída através da krigeagem por indicação.

## 7 Discussão e Comparação dos Resultados

Na comparação do resultado da aplicação do estimador de krigeagem ordinária com o resultado da aplicação do estimador de krigeagem por indicação, observa-se que o primeiro gera uma superfície mais suavizada evidenciando a característica de minimização da variância do erro de estimação, tal como observado em Felgueiras (1999).

No resultado referente à incerteza local, obtida a partir da variância do erro para a krigeagem ordinária, observa-se que este apresenta um padrão de textura definido pela distribuição do conjunto amostral. De outra forma, a variância aumenta à medida que o ponto estimado está mais

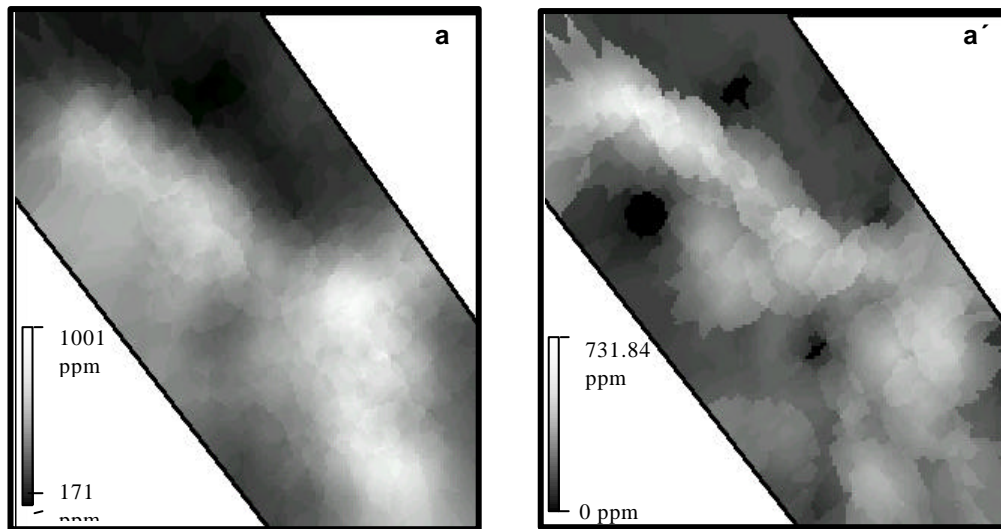


Fig. 6: *a*: mapa de valores médios inferido a partir da fdac local construída através de krigagem por indicação para a variável Cu; *b*: mapa de incerteza local obtido com o procedimento.

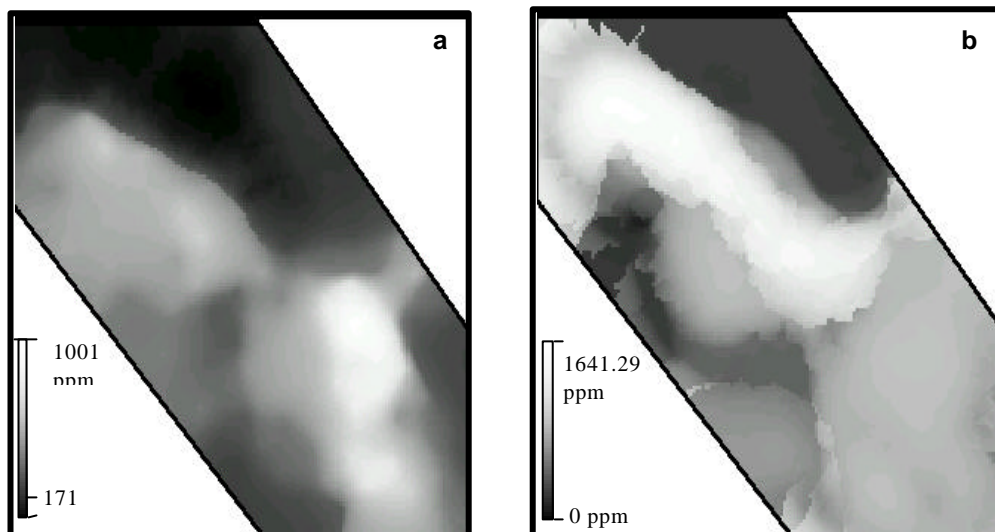


Fig. 7: *a*: mapa de medianas inferidas a partir da fdac local construída através de krigagem por indicação para a variável Cu; *b*: mapa de incerteza local obtido a partir dos quartis, primeiro e terceiro.

distante das amostras, ou ainda, a variância diminui para pontos estimados que estão mais próximo das amostras e é zero quando o ponto inferido está sobre uma amostra. Por outro lado, quando se analisa o resultado referente à incerteza gerado a partir do procedimento de krigagem por indicação, observa-se que este apresenta variações proporcionais ao comportamento do atributo na região. Nas áreas em que existe uma variação maior do valor do atributo, os valores de incertezas são maiores. Nas áreas em que o atributo tem variação mais suave, ou não varia, observam-se valores de incertezas menores.

## 8 Conclusão

O conjunto de resultados apresentados neste trabalho e as considerações feitas no item anterior permitem concluir, principalmente:

1. enquanto a krigagem ordinária minimiza a variância do erro de estimação, a krigagem por indicação associa a incerteza à variabilidade dos valores estimados;
2. a variância de estimação da krigagem linear depende da distribuição geométrica do conjunto amostral, sem levar em consideração os valores do atributo, ao contrário da krigagem por indicação que relaciona diretamente os valores estimados de incerteza com os valores do atributo;
3. a krigagem por indicação possibilita uma aproximação discretizada da *função de distribuição acumulada condicionada* (fdac), ou seja, os valores de probabilidade discretizados podem ser usados diretamente para se estimar valores estatísticos característicos da distribuição, tais como: valor médio, mediana, quantis, entre outros.

Finalmente, numa análise crítica, poderia-se dizer que o estimador de krigagem por indicação seria o mais apropriado para representar o atributo considerado neste trabalho, teores de Cu em solo, pois além de levar em conta a distribuição dos atributos associa a incerteza à variabilidade dos valores estimados.

## Referências

- Deutsch, C.V. e Journel, A.G. **GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide**. New York, Oxford University Press, 1998. 369p.
- Docegeo (Rio Doce Geologia e Mineração S.A.). **Relatório final da pesquisa do projeto cobre Carajás Pojuca**. Rio Doce Geologia e Mineração S.A., 1984, Belém, Pará.
- Felgueiras, C.A. **Modelagem ambiental com tratamento de incertezas em sistemas de informação geográfica: o paradigma geoestatístico por indicação**. São José dos Campos. 182p. [on line] <<http://www.dpi.inpe.br/teses/carlos>> Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1999.
- Goovaerts, P. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. New York, Oxford University Press, 1997. 481p.
- Journel, A.G. Nonparametric Estimation of Spatial Distributions. **Mathematical Geology**, v.15, n.3, p.445-468, 1983.
- Journel, A.G. **Fundamentals of geostatistics in five lessons**. California, Stanford Center for Reservoir Forecasting Applied Earth Sciences Department, 1988. 85p.
- Matheron, G. **The theory of regionalized variables and its applications**. Paris, Le Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleu, 1971. 211p.
- Moura, C.A.V. Aplicação de tratamento estatístico multivariante em dados geoquímicos de solo no mapeamento geológico na Província de Carajás (Alvo 2 – Corpo 4). **Revista Brasileira de Geociências**, v.3, n.15, p.241-248. Sep. 1985.