

## Uso de informações residuais para estimar precisão e aperfeiçoar os resultados do Modelo Linear de Mistura Espectral

Daniel Capella Zanotta<sup>1</sup>  
Yosio Edemir Shimabukuro<sup>1</sup>  
Vitor Haertel<sup>2</sup>  
Glauber Acunha Gonçalves<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Divisão de Sensoriamento Remoto - DSR  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Caixa Postal 515 - 12201-970 - São José dos Campos - SP, Brasil  
{zanotta, yosio}@dsr.inpe.br

<sup>2</sup>Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS - Porto Alegre - RS – Brasil  
vitor.haertel@ufrgs.br

<sup>3</sup>Centro de Ciências Computacionais - Universidade do Rio Grande – FURG – RS – Brasil  
glauber.goncalves@furg.br

**Abstract:** In this paper it is investigated a novel approach to model uncertainty in the Spectral Linear Mixing Model (SLMM) based on the residuals produced by that model. This problem is approached by applying the SLMM to a synthetically produced image data, with known fractions of the endmembers at each pixel. The actual error in the fractions, as produced by the SLMM is then analyzed with regard to the residuals produced by that model. The search for possible additional endmembers in the spectral mixture is also included in the proposed methodology, with the corresponding spectral signatures estimated from the residuals. The techniques proposed have been validated on real CBERS-2B multispectral image data in a qualitative and quantitative manner. The results obtained suggest the validity of the proposed approach.

**Palavras-Chave:** spectral mixture, model uncertainty, accuracy, endmember extraction, mistura espectral, incerteza do modelo, acurácia, extração de endmember.

### 1. Introdução

O Modelo Linear de Mistura Espectral (MLME) é um modelo físico que assume que o resultado da mistura espectral, ou seja, a reunião da radiação de diversas frequências e intensidades, pode ser modelado como uma combinação linear das radiações refletida/emitida por cada componente do terreno em sua forma pura (*endmember*) ponderada pela respectiva proporção ocupada na área delimitada pelo pixel (Adams et al., 1993). Sendo assim, em cada pixel de uma imagem, é possível estimar a partir das informações multiespectrais a área ocupada por cada componente envolvida na mistura. O MLME tem sido usado em diversos estudos; no Brasil, principalmente em estudos ambientais que envolvem o uso e cobertura da terra. Alguns exemplos de estudos envolvendo a estrutura de modelos de mistura espectral incluem (Adams et al., 1993; Roberts et al., 1993; Smith et al., 1990; Zortea e Plaza, 2009; Wang et al., 2004; Haertel e Shimabukuro, 2005.)

Embora o uso do modelo para caracterizar uma cena apresente importantes vantagens, em alguns casos particulares, o MLME é limitado por não considerar que a imagem pode conter várias classes, fazendo com que os componentes puros (*endmembers*) definidos no processo não representem corretamente o terreno (Roberts et al., 1998). Uma informação que geralmente é descartada, mas que possui certa importância nesse processo é a parcela dos resíduos resultante da modelagem. A informação residual deriva da diferença entre o sinal

observado pelo sensor e a sua reconstrução pelo modelo de mistura, e carrega informações importantes sobre a eficácia da modelagem em uma determinada aplicação.

Análises sobre incertezas inerentes a métodos de estimação e modelagem são de grande importância para avaliar a precisão e aperfeiçoar estudos ambientais, sendo considerado um tópico que vem recebendo bastante atenção nos últimos anos pela comunidade de sensoriamento remoto (Foody e Atkinson, 2002). O presente trabalho pretende verificar a relação existente entre as informações residuais e a acurácia alcançada pelo MLME. Adicionalmente, é proposto um método para aperfeiçoar os resultados do modelo através da identificação de componentes puros que fazem de fato parte da mistura, mas foram incorretamente deixados de fora na modelagem.

## 2. O Modelo Linear de Mistura Espectral e as Informações Residuais

A notação matricial do MLME pode ser expressa através da seguinte equação (Shimabukuro e Smith, 1991):

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{S}_{i,j} \mathbf{F}_j + \mathbf{V}_i, \quad (1)$$

onde  $\mathbf{R}_i$  é um vetor  $p \times 1$  em que as entradas  $i$  correspondem ao sinal observado por um pixel em cada uma das  $p$  bandas reflectivas do sensor;  $\mathbf{S}_{i,j}$  é uma matriz  $p \times m$  com  $m$  correspondendo ao número de *endmembers*, e cada entrada de  $\mathbf{S}$  ( $s_{i,j}$ ) representando a resposta espectral da componente  $j$  na banda  $i$ ;  $\mathbf{F}_j$  é um vetor  $m \times 1$  com as frações  $f_j$  de cada componente a serem determinadas; e  $\mathbf{V}_i$  é um vetor  $p \times 1$  contendo os resíduos encontrados pelo modelo em cada banda  $i$ . A mesma descrição pode ser expressa na forma escalar como:

$$R_i = \sum_{j=1}^m s_{i,j} f_j + v_i \quad (i = 1, \dots, p). \quad (2)$$

A seleção dos *endmembers* pode ser feita a partir dos dados da própria imagem, de uma biblioteca espectral ou de trabalho de campo (Smith et al., 1990). Na solução do problema de mistura espectral, é requerido que o número de canais  $p$  seja maior do que o número de componentes  $m$ . Na prática essa exigência geralmente é atendida e o sistema que resulta da Equação 2 para cada pixel pode ser resolvido para as frações desconhecidas ( $f_j$ ) através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) (Shimabukuro e Smith, 1991), sujeito as seguintes restrições numéricas:

$$\sum_{j=1}^m f_j = 1 \quad (3)$$

$$0 \leq f_j \leq 1 \quad \forall j. \quad (4)$$

As variáveis de interesse na abordagem do presente estudo são os valores residuais armazenados no vetor  $\mathbf{V}$  para cada pixel em todas as bandas da imagem. Essa é a informação que permite conhecer o quanto uma estimativa particular se distancia do valor real.

## 3. Experimentos com Dados Sintéticos

Uma imagem sintética foi produzida para estudar a relação entre a acurácia da solução apresentada pelo MLME e o termo residual resultante para cada banda. A imagem foi construída a partir de círculos preenchidos com seis camadas cada um. O número de camadas

foi escolhido com a intenção de simular uma cena com características do *Landsat-TM* resultando em uma imagem  $280 \times 280 \times 6$  pixels (Fig. 1.a). Cada objeto na imagem sintética simula uma componente no terreno; sendo o fundo solo, o círculo maior vegetação e o círculo menor sombra/água, componentes usualmente utilizadas em aplicações do MLME (Smith et al., 1990). Os valores de cada componente em cada uma das seis bandas (camadas) simuladas foram escolhidos com o intuito de representar de maneira fiel os elementos puros que compõem as cenas naturais. Para assegurar isso, a coleta de valores considerados como representantes puros das componentes foi auxiliada por uma cena *Landsat-TM* real. Finalmente, para simular a mistura entre as componentes, a resolução espacial da imagem foi degradada reamostrando as linhas e colunas por um fator de dez (Figura 1.b).

### 3.1 Relação existente entre o resíduo e a acurácia do modelo

A primeira série de experimentos foi realizada com o objetivo de avaliar a relação entre o resíduo e a acurácia apresentada pelo MLME. Para isso, diferentes intensidades de ruído uniformemente distribuído foram adicionadas aos valores dos *endmembers* verdadeiros. Assim, é esperado que o modelo apresente resultados imperfeitos, com valores residuais e acurácia menor. A amplitude máxima e mínima do ruído adicionado aos valores de *endmembers* para cada banda foi aumentando em cada conjunto de experimento:  $\pm 2$ ,  $\pm 5$ ,  $\pm 10$  e  $\pm 20$ , resultando em quatro experimentos diferentes. Para garantir a significância da análise, foram executados 100 ensaios para cada experimento. Com o objetivo de normalizar os resultados obtidos em cada ensaio individual, um Índice de Resíduo (*IR*) é proposto levando em consideração o número total de pixels da imagem ( $n$ ), a dimensionalidade dos dados ( $p$ ) e a resolução radiométrica da imagem ( $2^b$ ), com  $b$  sendo o número de bits. No caso de uma imagem *Landsat-TM*,  $p$  é igual a seis (6 canais reflectivos) e  $b$  igual a oito (8 bits). Essa última consideração é feita para permitir a extensão da metodologia proposta para outros tipos de imagem. O valor de *IR* para a imagem é calculado da seguinte forma:

$$IR(V_k) = \sum_{i=1}^p |v_k(i)| \quad (k = 1, \dots, n), \quad (5)$$

$$IR = \frac{1}{n \cdot p \cdot 2^b} \sum_{k=1}^n IR(V_k). \quad (6)$$

Sendo  $k$  cada um dos  $n$  pixels da imagem e  $IR(V_k)$  o somatório dos valores absolutos dos resíduos apresentados pelas bandas de cada pixel. Subseqüentemente, na Equação 6, é feito um somatório dos valores encontrados em cada pixel ao longo de toda a imagem e divisão por  $n$ ,  $p$  e  $2^b$ , resultando em *IR*: um fator único que representa a informação residual para toda a imagem. É importante notar que, no caso do cálculo do índice para cada pixel individual a fim de gerar um mapa, *IR* não deve ser dividido por  $n$ . Dessa forma, para distinguir entre as duas formas possíveis de *IR*, o índice equivalente a toda a imagem será chamado de *escore IR* enquanto a representação do índice para cada pixel em forma de mapa, será chamada de *mapa IR*.

O erro apresentado pelo modelo foi calculado em valores percentuais comparando cada resultado com a informação verdadeira presente na imagem sintética. O gráfico de espalhamento da Figura 1.c revela a relação encontrada entre as duas variáveis nos experimentos. O coeficiente de correlação calculado para todo o conjunto de dados foi de 0,85.

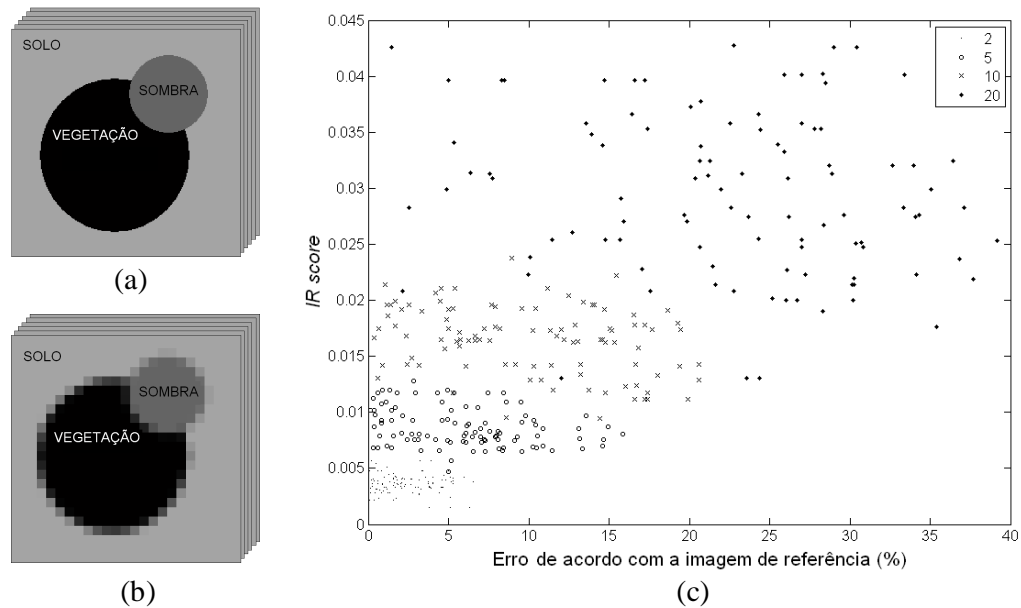


Fig. 1. Imagem sintética utilizada: a) fundo e círculos representando os componentes puros (*endmembers*); b) imagem degradada causando mistura espectral entre as três componentes; e c) Gráfico de espalhamento confrontando o erro percentual e o *score IR* gerado com os dados resultantes dos experimentos com a imagem sintética.

Em geral os experimentos realizados com alterações suaves ( $\pm 2$  e  $\pm 5$ ) nos valores de *endmembers* reais se concentraram em uma região de baixo erro e *score IR*, enquanto os valores maiores ( $\pm 10$  e  $\pm 20$ ) se concentraram em valores maiores de erro e *score IR*. O gráfico de espalhamento mostra que, apesar de apresentar um alto índice de correlação, a relação existente entre a acurácia e os resíduos não é linear. Apesar disso, existem alguns valores altos de *score IR* que aparecem com valores baixos de erro e vice-versa, impossibilitando o uso da variável para quantificar de maneira apropriada a acurácia do modelo.

### 3.2 Número de componentes distintos presentes na mistura

O segundo experimento foi realizado com o objetivo de analisar como a informação residual pode ser usada como um indicativo da falta de algum componente dentro de alguma aplicação particular. Para isso, além das três componentes existentes na imagem sintética, novas componentes foram adicionadas também em forma de círculos. Apesar de amostras de novas componentes serem introduzidas na mistura, apenas as três componentes originais (vegetação, solo e sombra/água) foram usadas como *endmembers* na solução do problema. Dois ensaios foram realizados: i) a inserção de um círculo preenchido com valores correspondentes à nuvem (Fig. 2.a); ii) além da nuvem, uma amostra de floresta foi inserida no problema (Fig. 2.b). A maneira como os *endmembers* foram coletados para as duas novas componentes e o processo de degradação da resolução espacial da imagem foram os mesmos empregados no primeiro experimento.

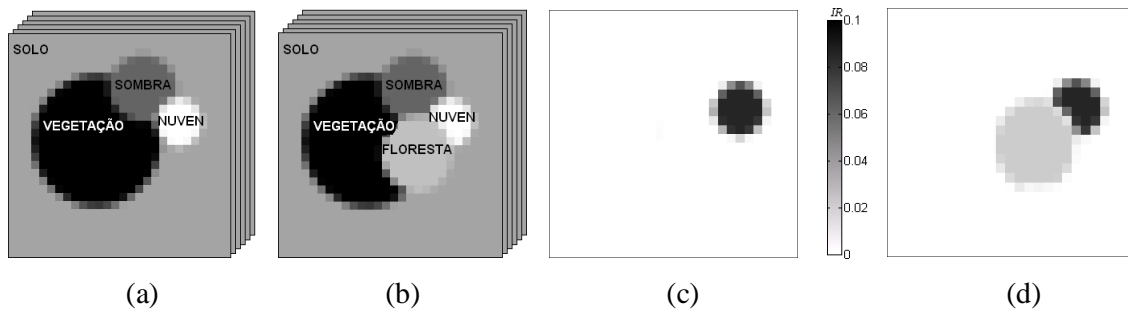


Figura 2. Imagens sintéticas utilizadas no segundo experimento: a) adição da componente nuvem; b) adição da componente nuvem e floresta; c) *mapa IR* produzido para (a); e d) *mapa IR* produzido para (b).

As Figuras 2.c e 2.d mostram os *mapas IR* resultantes de cada processo. Como a mistura simulada foi produzida de forma linear, algumas regiões apresentaram resíduo nulo. Estas regiões correspondem a locais onde as componentes da mistura foram totalmente representados pelo grupo de *endmembers* utilizados na solução do problema. No entanto, podemos notar que a região da imagem correspondente a nuvem apresenta valores mais intensos de resíduos em ambos os mapas, enquanto a região da imagem correspondente a floresta apresenta uma intensidade menor de resíduo. Isso pode ser explicado pelo fato de que a classe correspondente à floresta é, naturalmente, semelhante a uma mistura envolvendo vegetação verde e sombra. No caso da nuvem, os *endmembers* disponíveis no modelo não foram suficientes para representar a mistura espectral dessa componente, resultando em um valor alto no *mapa IR*.

A alternativa objetivando melhorar os resultados do MLME, que é proposta nesse trabalho, envolve a segmentação do *mapa IR* para delimitar áreas que apresentam forte intensidade de resíduo frente ao restante do mapa, e assim, com o uso das informações da própria cena, identificar os valores do *endmember* não considerado inicialmente dentro da mistura. O cálculo dos *endmembers* para a nova componente é feito a partir dos pixels localizados no interior da região delimitada pela segmentação através de uma média ponderada. O fator de ponderação (pesos) para a contribuição de cada pixel no cálculo da média é definido pelo resíduo apresentado em cada banda respectiva. A Equação 7 descreve matematicamente o cálculo referido acima:

$$EM_i(\mathbf{V}_{ks,i}, \mathbf{R}_{ks,i}) = \frac{\sum_{ks=1}^{ns} |R_i(ks) \cdot V_i(ks)|}{\sum_{ks=1}^{ns} |R_i(ks)|}, \quad (7)$$

sendo  $EM_i$  o *endmember* para cada banda  $i$ ;  $ks$  cada um dos pixels selecionados; e  $ns$  o número total de pixels selecionados pela segmentação.

Um recorte de uma cena CBERS-2B (Fig. 2.a) foi utilizado para testar a metodologia proposta. A imagem foi adquirida em 13 de Maio de 2008 na região leste do Rio Grande do Sul (Brasil). Na imagem existem regiões com cobertura vegetal (em vermelho), solo exposto (tons mais claros) e lagos com diferentes quantidades de sedimentação superficial (tons

escuros pouca sedimentação e tons verdes grande sedimentação). Inicialmente foram selecionados valores de *endmembers* diretamente da imagem (vegetação: 29, 26, 18, 102, 17; solo: 41, 32, 42, 75, 32; sombra/água: 33, 19, 17, 13, 15, em número digital para o canal 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente). A seguir, o MLME foi aplicado para gerar as três componentes de fração (Fig. 2.b-d), o *mapa IR* (Fig. 3.e) e o *score IR* (0,0119). No *mapa IR* é possível notar que existe uma região bem delimitada na porção superior da imagem que apresenta valores com maior intensidade que os demais. Essa região é caracterizada por um lago com grande aporte de sedimentos em suspensão e não pôde ser bem representada por misturas envolvendo os três tipos de *endmembers* previamente escolhidos, provocando a existência de resíduos elevados. O *mapa IR* foi segmentado de maneira a delimitar essa região de interesse (Fig. 3.f) e a equação 7 foi utilizada para calcular os valores do *endmember* para serem inseridos como uma nova componente no problema de mistura: “água com sedimentos”.

Aplicando o método proposto, os valores para a nova componente resultaram em 41, 30, 42, 19 e 31, em número digital para o canal 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Os novos valores foram aliados aos anteriores e o MLME foi aplicado novamente com quatro diferentes componentes espectrais: vegetação, solo, sombra/água e água com sedimentos. As quatro imagens fração resultantes do processo são mostradas nas Fig. 3.g-j. A Fig. 2.l mostra o mapa residual gerado pelo processo otimizado. Neste último caso, o *score IR* foi encontrado como sendo significativamente menor (0,0038), indicando a melhoria dos resultados após a introdução da nova componente.

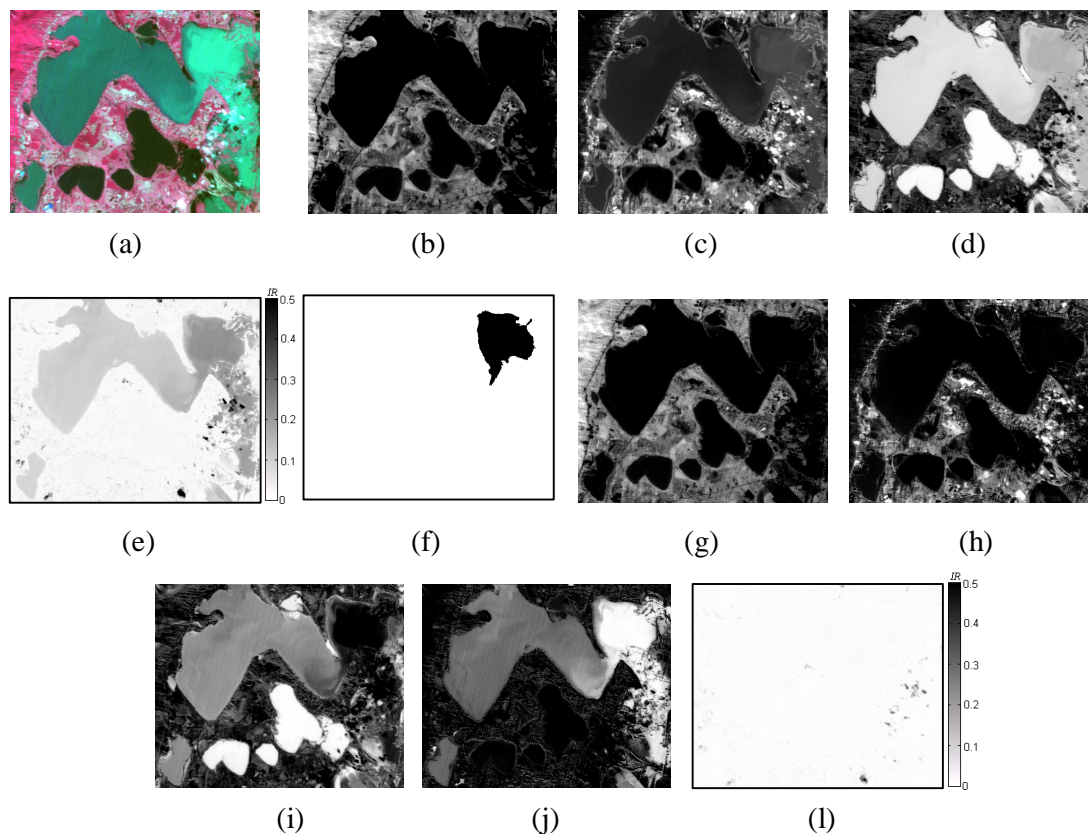


Figura 3. Dados para o experimento com imagem CBERS-2B: a) composição 4(R) 3(G) 2(B) do recorte na cena 156/133; fração de b) vegetação, c) solo, d) sombra/água; e) *mapa IR* resultante da modelagem; f) segmentação do *mapa IR* delimitando a área de interesse (maior intensidade de *IR*). Frações calculadas novamente pelo MLME incluindo a nova componente (água com sedimentos): g) vegetação, h) solo, i) sombra/água, j) água com sedimentos; e l) *mapa IR* resultante da modelagem após a inserção da nova componente.

#### 4. Discussão dos Resultados e Conclusões

Neste trabalho é proposto uma avaliação da acurácia do MLME e um teste de um método sugerido para identificar e estimar *endmembers* de componentes presentes na mistura, mas que não foram reconhecidas inicialmente. Apesar da forte correlação encontrada nos experimentos entre o índice de resíduo proposto e a taxa de erro do modelo, ou seja, à medida que o *escore RI* aumenta, há uma tendência de aumento do erro apresentado pela modelagem, a informação residual (aqui representada por *escore IR*) pode ser usada apenas como um indicativo da eficácia de uma determinada aplicação do MLME. Isso é assegurado pela presença de muitos *outliers* no gráfico de espalhamento encontrado (Figura 1.c). Mesmo devendo ser considerado como um indicativo, o uso desse coeficiente no experimento realizado com imagens CBERS-2B apresentou um comportamento razoável do *escore IR* ao indicar uma melhoria na acurácia da modelagem quando a componente água com sedimentos foi adicionada ao problema de mistura. De acordo com este e demais experimentos realizados com outros tipos de imagem, é sugerido que valores de *escore IR* por volta de 0,005 sejam considerados como satisfatórios, enquanto valores consideravelmente mais altos indiquem baixa acurácia do processo de modelagem.

A metodologia proposta para identificar componentes puros ausentes e estimar o valor dos seus *endmembers* se mostrou coerente. Na cena CBERS-2B que continha quatro classes em potencial (vegetação, solo, sombra/água e água com sedimentos) mas foi inicialmente assumida como tendo apenas três classes (vegetação, solo e sombra/água), o *mapa IR* produzido com os valores residuais resultantes da modelagem indicou corretamente a ausência de uma componente em potencial através da forte concentração residual espacialmente correlacionada com regiões onde a água continha maior aporte de sedimentos. Após a inserção dessa nova componente, é possível notar nas imagens fração para água/sombra e água com sedimentos a forma como a mistura entre as duas componentes ocorre ao longo dos lagos. O novo *mapa IR* originado da aplicação do MLME com a nova componente aparece sem grandes aglomerados com valores altos de *IR*. É importante informar que as pequenas regiões com maior intensidade que aparecem na Figura 4.e são referentes a nuvens presente na cena. A critério do usuário, a componente nuvem poderia ser identificada e adicionada ao problema de mistura, assim como foi a componente água com sedimentos. A única ressalva a essa adição é a necessidade de, por exigência do modelo, manter sempre o número de canais espectrais superior ao número de componentes na mistura.

É possível que um critério mais específico seja criado na etapa de segmentação do *mapa IR* para que a metodologia proposta ganhe um aspecto mais automático. O critério deve levar em consideração o tamanho e a uniformidade dos segmentos, assim como considerar a possibilidade de haver mais do que uma componente ausente na modelagem inicial.

## 5. Referências Bibliográficas

Adams, J.B.; Smith, M.O.; Gillespie, A.R. Imaging Spectroscopy: Interpretation based on spectral mixture analysis. In: Pieters, C. M.; Englert, P.A.J. (Org.). **Remote Geochemical Analysis: Elemental and Mineralogical Composition**, Cambridge: Cambridge University Press, 1993, p. 145-166.

Foody, G. M.; Atkinson, P. M. **Uncertainty in Remote Sensing and GIS**, Chichester: Wiley, 2002. 307 p.

Haertel, V.; Shimabukuro Y. E. Spectral linear mixing model in low spatial resolution image data. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 43, n. 11, p. 2555-2562, 2005.

Roberts, D. A; Adams, J. B. Smith, M. O. Discriminating green vegetation, non-photosynthetic vegetation and soils in AVIRIS data. **Remote Sensing of Environment**, v. 44, n. 2/3, p. 255–270, 1993.

Roberts, D. A.; Gardner, M.; Church, R.; Ustin, S.; Scheer, G.; Green, R. O. Mapping Chaparral in the Santa Monica Mountains using Multiple Endmember Spectral Mixture Models. **Remote Sensing of Environment**, v. 65, n. 3, p. 267–279, 1998.

Shimabukuro, Y.; Smith, J. The least-squares mixing models to generate fraction images derived from remote sensing multispectral data. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 29, n. 1, p. 16-20, 1991.

Smith, M. O.; Ustin, S. L.; Adams, J. B.; Gillespie, A. R. Vegetation in deserts: I A regional measure of abundance from multispectral images. **Remote Sensing of Environment**, v. 31, n. s/n, p. 1–26, 1990.

Wang, H.; Luo, B.; Zhang, Q.; Wei, S. Estimation for the number of components in a mixture model using stepwise split-and-merge EM algorithm. **Pattern Recognition Letters**, v. 25, n. 16, p. 1799-1809, 2004.

Zortea, M.; Plaza, A. Spatial Preprocessing for Endmember Extraction. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 47, n. 8, p. 2679-2693, 2009.